

œ Brevet Toulouse septembre 1978 œ

Algèbre

On donne les fonctions A et B de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies par :

$$\begin{aligned}A(x) &= x^2 - 25 - (10x - 1)(x - 5) \\ B(x) &= 75 - 30x + 3x^2\end{aligned}$$

1. Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $A(x) = 0$.
3. Soit E la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par :

$$E(x) = \frac{3(x-5)(-3x+2)}{3(x-5)^2}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de E .
 - b. Simplifier $E(x)$.
 - c. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $E(x) = 1$.
4. Dans le plan rapporté au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , tracer les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives :

$$y = -3x + 2, \quad y = x - 5.$$

5. Calculer les coordonnées de leur point d'intersection C .

Géométrie

Dans un plan P rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les points A, B, C et D sont définis par leurs coordonnées :

$$A(1; 4), \quad B(-1; 2), \quad C(2; -1), \quad D(0; 3).$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .
2. En déduire que le quadruplet (A, B, D, C) est un parallélogramme.
3. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en B .
Démontrer que le triangle (B, C, D) est rectangle.
4. Soit E le symétrique de D par rapport à C .
Déterminer les coordonnées de E .
5. Montrer que le quadruplet (A, B, C, E) est un rectangle.
6. Montrer que les quatre points A, B, C et E appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et dont on calculera le rayon.
7. Soit $H(5; -4)$. Montrer que le point H appartient à la médiatrice de $[DE]$.
En déduire que les points B, C et H sont alignés.