A. P. M. E. P.

Brevet des collèges Toulouse (sujet de secours) juin 1974

ALGÈBRE

Partie A

Soit la fonction f de **R** dans **R** définie par

$$x \longmapsto \frac{8x^2-18}{x^2-10x+25} \times \frac{(4+2x)(x-5)}{(2x+4)(2x-3)} - \frac{3x^2+15x}{x^2-25}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction.
2. Simplifier l'écriture de $f(x)$ sur cet ensemble de définition.
3. Calculer les réels $f(0)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(2\sqrt{3}\right)$.
4. Résoudre dans **R** les équations

$$f(x)=0, \quad f(x)=1 \quad \text{et} \quad f(x)=-\frac{2}{3}.$$

Partie B

Soit la fonction g de **R** dans **R** définie par

$$x \longmapsto g(x)=ax^2+bx-7.$$

Déterminer les nombres réels a et b pour que

$$g\left(-\frac{1}{2}\right)=g(1)=0.$$

GÉOMÉTRIE

Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points

$$\text{A}(-10~;~8), \qquad \text{B}(10~;~-7) \quad \text{et} \quad \text{C}(x~;~13).$$

1. Déterminer x pour que le triangle (A, B, C) soit rectangle en C.
2. Calculer les coordonnées du milieu, I, du bipoint (A, B).
3. Soit le point M de coordonnées $\left(\frac{15}{2}~;~\frac{21}{2}\right)$.
   Démontrer que les droites (MI) et (AB) sont orthogonales.
   Former une équation de la droite (MI).
   Quelle est la nature du triangle (M, A, B) ?
4. Soit D le symétrique de C par rapport à la droite (MI).
   Former une équation de la droite (CD).
   Calculer les coordonnées du point E d'intersection des droites (CD) et (MI).
   En déduire les coordonnées du point D.
5. Démontrer que le triangle (A, B, D) est rectangle en D.