

🌀 Brevet Turquie juin 2000 🌀

PARTIE NUMÉRIQUE

12 points

Exercice 1

1. On donne l'expression :

$$A = 2000 - \frac{1}{2000} - 0,2 \times 10^4 + \left(\frac{1}{10}\right)^3.$$

Exprimer A sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On considère l'expression :

$$B = (2 - 3x)^2 - 4(2 - 3x).$$

- a. Développer et réduire B .
b. Factoriser B .
3. Résoudre l'inéquation, puis représenter les solutions sur une droite graduée :

$$1 - 7x \geq x - 2.$$

4. Les nombres 105 et 84 sont-ils premiers entre eux? Justifier.

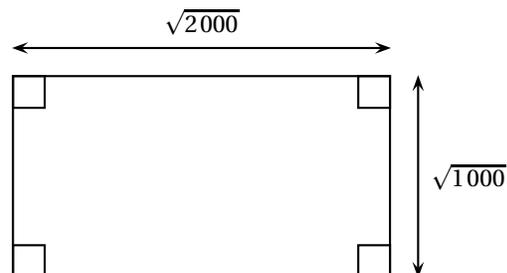
Simplifier $\frac{105}{84}$ pour la rendre irréductible.

Justifier que le résultat obtenu est bien une fraction irréductible.

Exercice 2

Voici un rectangle fait à main levée dont on donne la longueur et la largeur.

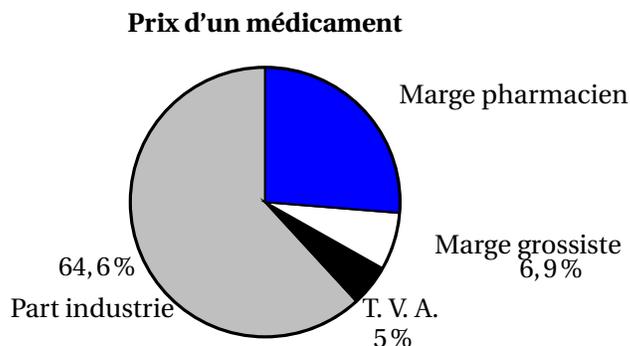
Dans cet exercice, on ne travaillera pas avec des valeurs approchées.



1. La longueur est-elle égale au double de la largeur? Justifier.
2. Exprimer $\sqrt{2000}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ et $\sqrt{1000}$ sous la forme $b\sqrt{10}$, où a et b sont des nombres entiers.
3. Exprimer l'aire du rectangle sous la forme $c\sqrt{2}$ (c est un entier).
4. Montrer que le périmètre du rectangle peut s'écrire sous la forme $20\sqrt{5}(2 + \sqrt{2})$.

Exercice 3

Voici un diagramme illustrant la décomposition du prix d'un médicament en 1996.

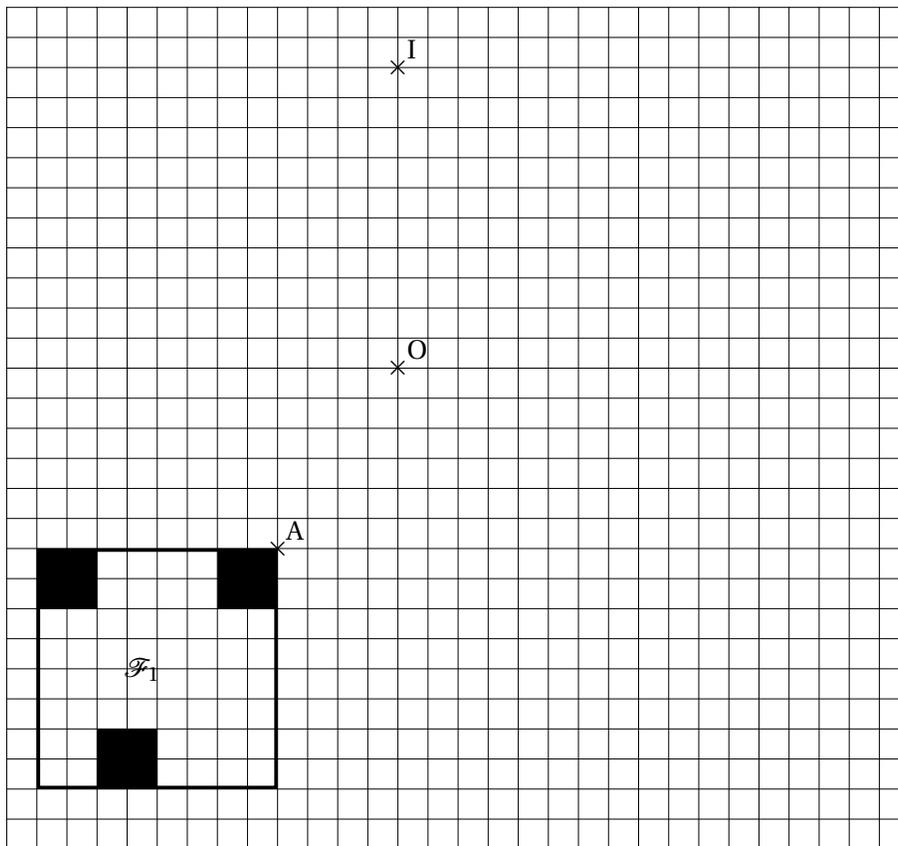


Un médicament coûte 60 F (toutes taxes comprises) et le pharmacien fait sur celui-ci une marge de 15,84 F.

1. Quel pourcentage du prix du médicament représente la marge du pharmacien?
2. On souhaite schématiser cette décomposition du prix par un diagramme circulaire. Calculer la mesure de l'angle correspondant à la marge réalisée par le grossiste.

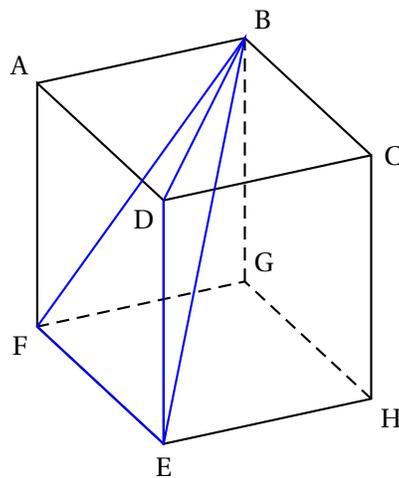
PARTIE GÉOMÉTRIQUE**12 points****Exercice 1**

1. Tracer la figure \mathcal{F}_2 image de la figure \mathcal{F}_1 dans la symétrie de centre O, et noircir, dans \mathcal{F}_2 les images des petits carrés noirs de \mathcal{F}_1 .
Placer le point B, image du point A dans cette symétrie.
2. Tracer la figure \mathcal{F}_3 image de la figure \mathcal{F}_2 dans la symétrie de centre I, et noircir, dans \mathcal{F}_3 les images des petits carrés noirs de \mathcal{F}_2 .
Placer le point C, image du point B dans cette symétrie.
3. Par quelle transformation passe-t-on de \mathcal{F}_1 à \mathcal{F}_3 ? La préciser.
4. Tracer la figure \mathcal{F}_4 image de la figure \mathcal{F}_1 dans la rotation de centre A, d'angle 90° et de sens inverse de celui des aiguilles d'une montre.



Exercice 2

Le dessin ci-dessous représente un pavé droit en bois dans lequel on découpe la pyramide ADEFB.



AB = 4 cm
 AF = 4 cm
 BD = 5 cm

1. Le point A est-il situé sur la droite (HG) ?
2. Dessiner en vraie grandeur la face ABD et calculer la valeur exacte de AD.

3. Calculer le volume de cette pyramide et montrer qu'il représente plus de 30% du volume du pavé droit.

Rappel : Volume d'une pyramide : $\frac{B \times h}{3}$.

Exercice 3

Dans un repère orthonormé (O, I, J), placer les points

$$A(-1; -3), \quad B(3; 0) \quad \text{et} \quad C(2; 1).$$

1. Donner les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} et calculer AB.
2. Construire le point D, image du point C dans la translation de vecteur \overrightarrow{AB} .
3. Déterminer la longueur AC par le calcul.
4. Dédire des questions précédentes la nature du quadrilatère ABDC.

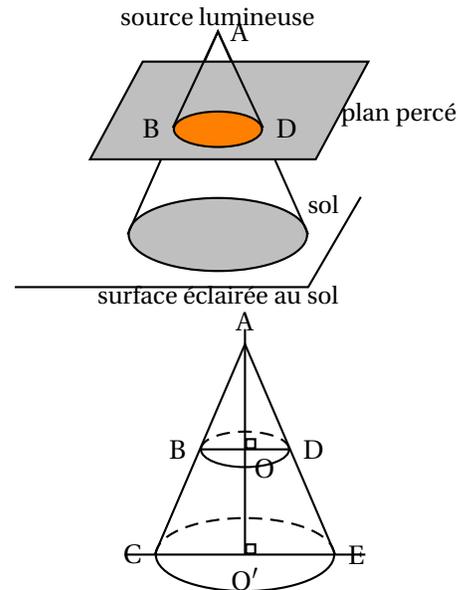
PROBLÈME

12 points

Un plan opaque est disposé parallèlement au sol.

Dans ce plan, on a percé un disque de 1 mètre de diamètre.

Une source lumineuse, située au-dessus du plan percé, éclaire une surface au sol de forme circulaire.



On peut schématiser ainsi le cône de lumière :

Dans tout le problème :

$$BD = 1 \text{ m}$$

$$AO' = 5 \text{ m}$$

Première partie

On suppose que la source lumineuse se trouve à 1 m du plan percé.

Autrement dit : $AO = 1 \text{ m}$.

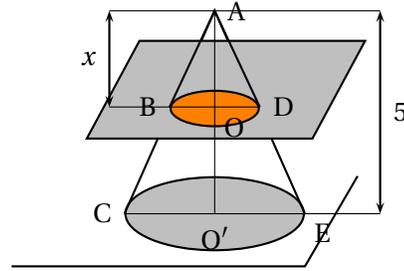
1. Calculer la valeur exacte, en fonction de π , de l'aire du disque de diamètre [BD].
2. Sachant que les droites (OD) et (O'E) sont parallèles, calculer, en justifiant, le rapport $\frac{O'E}{OD}$.
3. Le disque de diamètre [CE] est un agrandissement du disque de diamètre [BD].
En déduire la valeur exacte de l'aire de la surface éclairée au sol.
Donner la valeur arrondie de cette aire à 1 m^2 près.

Deuxième partie

Dans cette partie, on considère que le plan percé peut se déplacer verticalement tout en restant parallèle au sol : ainsi la distance AO varie.

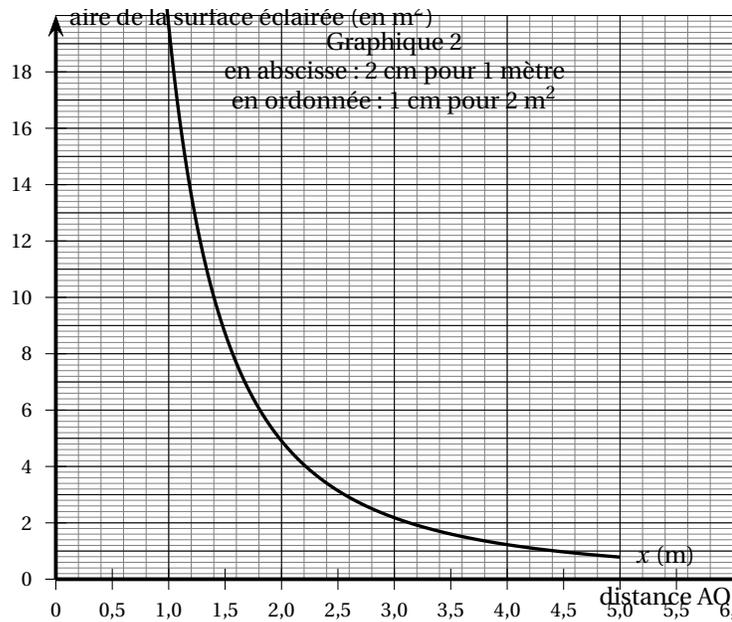
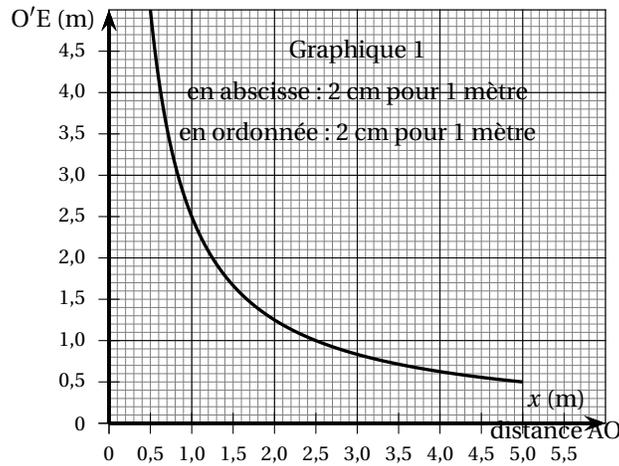
On note x cette distance : $x = AO$.

1. Entre quelles valeurs varie x ?
2. Montrer que $O'E = \frac{5}{2x}$.



On a représenté graphiquement :

- la distance $O'E$ en fonction de la distance x séparant le plan percé de la source lumineuse (graphique 1);
- l'aire de la surface éclairée au sol en fonction de la distance x (graphique 2).



Par simple lecture sur l'un ou l'autre des graphiques, répondre aux questions suivantes :

1. Y a-t-il proportionnalité entre le rayon du disque représentant la surface éclairée au sol et la distance x ? Justifier votre réponse.
2. À quelle distance de la lampe doit-on positionner le plan percé pour que $O'E$ soit égal à 1 mètre?
3. Quelle est l'aire de la surface éclairée au sol lorsque le plan percé le trouve à 1,5 m de la source lumineuse?