

🎶 Brevet Versailles juin 1979 🎶

Algèbre

Exercice 1

On considère les applications, g et h , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= 4x^2 - 1, \\g(x) &= 4x^2 - 8x + 4, \\h(x) &= (2 - 4x)(x - 1).\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner le polynôme $h(x)$.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de polynômes du premier degré.
3. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation

$$|2x + 1| = |2(x - 1)|.$$

En déduire l'ensemble solution de l'équation

$$|f(x)| = |h(x)|.$$

4. On considère la fonction rationnelle q donnée par

$$q(x) = \frac{g(x)}{h(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction q .
- b. Le réel x appartenant à l'ensemble de définition, simplifier $q(x)$.
- c. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation

$$q(x) = -1.$$

Exercice 2

L'unité de longueur étant le mètre, la mesure du périmètre d'un rectangle est 62.

Si on augmente la mesure de sa longueur de 2 et si on diminue la mesure de sa largeur de l , la mesure de sa surface reste inchangée.

On désigne par x la mesure de la largeur et par y la mesure de la longueur.

1. Écrire les deux relations liant x et y .
2. En déduire les dimensions du rectangle.

Géométrie

Dans le plan euclidien P rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points A, B et C définis par leurs coordonnées :

$$A(3; 4), \quad B(8; 4) \quad \text{et} \quad C(0; 8).$$

1.
 - a. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
Que peut-on dire de la droite (AB) ?
 - b. Calculer les distances $d(A, B)$ et $d(A, C)$.
 - c. En déduire une propriété du triangle (A, B, C).
 - d. Soit I le milieu du bipoint (B, C).
 - a. Démontrer, sans calculs, que la droite (AI) est la médiatrice du segment [BC].
 - b. Calculer les coordonnées du point I.
 - c. Soit J, l'image du point I dans la symétrie de centre A.
Calculer les coordonnées du point I.
2. Démontrer que le triangle (B, C, J) est un triangle rectangle isocèle.
Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit à ce triangle.
3. On désigne par x l'écart angulaire, en degré, de l'angle géométrique \widehat{ABC} .
Calculer $\tan x$.
À l'aide d'une table trigonométrique, déterminer la valeur approchée entière de x , à un degré près par excès.