

∞ Brevet Versailles septembre 1979 ∞

Algèbre

Soit les applications f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= 2(x+3)(5x+1) + x^2 - 9, \\g(x) &= (11x-1)(3x+5) - 22x + 2.\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner les polynômes $f(x)$ et $g(x)$.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de binômes du premier degré.
3. Résoudre, dans \mathbb{R} , chacune des équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$.
4. On considère la fonction rationnelle h donnée par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de h .
- b. Le réel x appartenant à l'ensemble de définition, simplifier $h(x)$.
- c. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $h(x) = -\frac{1}{3}$.
- d. Étudier, suivant les valeurs du réel x , les signes respectifs des expressions,

$$a(x) = x + 3 \quad \text{et} \quad b(x) = -x - 1.$$

$h(x) < 0$. En déduire l'ensemble solution de l'inéquation

$$h(x) < 0.$$

5. Dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire les représentations graphiques D et D' des fonctions affines a et b définies dans la question 4. **d.**
Déterminer les coordonnées du point M, intersection de D et D' .
En utilisant la question 4. **e.**, justifier le résultat obtenu.

Géométrie

1. Dans le plan euclidien P rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points A, B et C donnés par leurs coordonnées

$$A(2; 0), \quad B(4; -2) \quad \text{et} \quad C(-1; 3).$$

2. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
En déduire que les points A, B et C sont alignés.
3. Calculer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (O, B, D, C) soit un parallélogramme.
Démontrer que le triangle (O, D, C) est rectangle isocèle, de sommet O.

4. Soit M le centre du parallélogramme (O, B, D, C) .
On désigne par x l'écart angulaire, en degrés, de l'angle géométrique \widehat{OMC} .
Calculer $\tan x$. En déduire la valeur approchée entière de x , à un degré près par défaut.
5. Déterminer l'abscisse du point E d'ordonnée 6 et tel que les quatre points A, B, C et E soient alignés.
Construire le symétrique E' de E par rapport à M .
Que peut-on dire du quadruplet. (O, E, D, E') ?