∽ Brevet Versailles juin 1978 ∾

Algèbre

1. On considère l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = (x-2)^2 - (3x+1)(x-2) + (4-2x)(x+1).$$

a. Développer, réduire et ordonner le polynôme $f(x)$.

b. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.

2. On considère la fonction rationnelle q, donnée par

$$q(x) = \frac{(x-2)(-4x-5)}{(8x+10)(x-3)}.$$

a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction q : Le réel x appartenant à l'ensemble de définition, simplifier $q(x)$.

b. Résoudre, dans $\mathbb{R}$ l'équation $q(x) = 0$.

c. Résoudre, dans R l'équation $q(x) = -\dfrac{13}{34}$.

d. Dans le plan rapporté à un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, construire les représentations graphiques (D) et (D') des fonctions affines g et h définies par

$$g(x) = -x+2 \quad \text{et} \quad h(x) = 2x-6.$$

Déterminer les coordonnées du point d'intersection M de (D) avec (D') . En déduire l'ensemble S des solutions de l'équation $q(x) = 1$.

Géométrie

Dans le plan euclidien (P) rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points A, B et C définis par leurs coordonnées

$$\text{A}(1\,;\,2)\ ; \qquad \text{B}(4\,;\,3)\ ; \qquad \text{C}(5\,;\,0).$$

1. Placer les points A, B et C. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.

2. Soit le point D défini par $\overrightarrow{\text{CD}} = \overrightarrow{\text{BA}}$
Calculer le coordonnées de D.

3. Montrer que les points A, B, C et D sont situés sur un même cercle de centre I.
Calculer le coordonnées du point I et le rayon de ce cercle.

4. Soit E le milieu du bipoint (B, C).

a. Montrer que les points O, I et E sont alignés.

b. Montrer que les droites (OE) et (AB) sont parallèles, puis que les droites (OE) et (BC) sont orthogonales.

5. Soit x l'écart angulaire, en degrés, de l'angle géométrique $\widehat{\text{BOE}}$.
Calculer $\tan x$.
À l'aide d'une table trigonométrique, déterminer la valeur approchée à un près par excès de x.