∽ Brevet Versailles juin 1986 ∾

Exercice 1

Montrer que :

$$\frac{2\sqrt{7}}{1,75} = \frac{8\sqrt{7}}{7} \quad \text{et que} \quad \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{7}.$$

En déduire que : $\dfrac{2\sqrt{7}}{1,75} - \dfrac{8\sqrt{7}}{7} + \dfrac{1}{3-\sqrt{2}} = \dfrac{3+2\sqrt{2}}{7}$.
N. B. : garder les valeurs exactes.

Exercice 2

On donne l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que

$$f(x) = x^2 - 4 + (5x+1)(x-2) - 3x + 6.$$

Sans utiliser de développement, mettre cette expression sous forme d'un produit de facteurs.
Calculer pour l'application f :

1. Les images des nombres réels : $-\dfrac{3}{2}$, 0 et 1.
2. Les antécédents du nombre 0.

Exercice 3

On donne les deux fonctions affines f et g telles que :

$$f(x) = 5x - 7 \quad \text{et} \quad g(x) = 3x + 1.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ et l'unité de longueur est le centimètre.
On appelle premier quadrant l'ensemble des points du plan de coordonnées positives ou nulles.

1. Tracer les représentations graphiques des deux fonctions f et g en se limitant au premier quadrant.
2. Calculer les coordonnées du point d'intersection des demi-droites ainsi tracées.
3. Résoudre l'inéquation : $5x - 7 < 3x + 1$ sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
   Comment vérifier graphiquement les résultats de cette question ?

Exercice 4

On considère un carré (ABCD) dont la longueur du côté est 10 (unité : le centimètre).
Dans le demi-plan de frontière (AB) contenant C et D, on donne la demi-droite (Bx) formant avec la demi-droite d'origine B passant par A un angle dont une mesure en degrés est 15.
Soit Q le projeté orthogonal de D sur [Bx) et R le quatrième sommet du rectangle (BQDR).

1. Construire le carré, le rectangle et leur diagonale commune [BD].
   Les lignes de construction doivent rester visibles sur la figure.
2. Calculer les longueurs des deux côtés du rectangle BQ et BR.
   En déduire en cm^2, l'aire du rectangle (BQDR).
   Sachant que $1{,}7320 < \sqrt{3} < 1{,}7321$, donner la valeur décimale approchée à 0,1 près par défaut de la mesure de cette aire.
3. Montrer que les sommets du carré et ceux du rectangle sont sur un même cercle dont on précisera la position du centre et le rayon.
   Achever la construction géométrique par le tracé du cercle.
   Calculer l'aire du disque correspondant, en laissant la réponse exacte en cm^2.