

∞ Brevet Versailles septembre 1978 ∞

Algèbre

Partie A

Soit la fonction P de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par :

$$P(x) = (1 - 3x)(x + 1) + 3(x - 2)(3x - 1) + 9x^2 - 1.$$

1. Écrire $P(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné,
2. Écrire $P(x)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.
3. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $P(x) = 0$.

Partie B

Soit la fonction rationnelle F donnée par

$$F(x) = \frac{(3x - 1)(5x - 6)}{36 - 25x^2}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de F .
Le réel x appartenant à l'ensemble de définition, simplifier $F(x)$.
2. Calculer $F(\sqrt{2})$.
On donnera le résultat sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.
3. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation

$$F(x) = 1.$$

Partie C

1. Dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , tracer les représentations graphiques des fonctions f_1 et f_2 de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par :

$$f_1(x) = 1 - 3x, \quad f_2(x) = 5x + 6.$$

2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation :

$$f_1(x) = f_2(x).$$

Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

Géométrie

Dans le plan euclidien P , rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les points A, B, C sont définis par :

$$\overrightarrow{OA} = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 6\vec{j}, \quad \overrightarrow{OC} = 6\vec{i} + 3\vec{j}.$$

1. Placer les points A, B, C.

Démontrer que $\overrightarrow{OA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$.

Que peut-on en conclure pour les points O, A, C?

2. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.

3. Soit K le point défini par $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et D le point défini par $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BK}$.

a. Trouver les coordonnées des points K et D.

b. Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un rectangle.

4. Soit E le point de coordonnées (2 ; -5).

Démontrer que les cinq points A, B, C, D, E sont sur un même cercle de centre K, et dont on calculera le rayon.

5. On appelle u l'écart angulaire, en degrés, de l'angle géométrique \widehat{BAC} .

Calculer $\tan u$.

À l'aide d'une table trigonométrique, déterminer un encadrement, à un degré près, de u .