

☞ Brevet des collèges Vietnam septembre 1975 ☞

**Algèbre**

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies dans  $\mathbf{R}$  par

$$\begin{aligned} f(x) &= 4x + 5 \\ g(x) &= x^2 - 1. \end{aligned}$$

1.
  - a. Calculer  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ,  $g\left(\frac{1}{2}\right)$ ,  $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ .
  - b.  $g$  est-elle ou non une bijection?
  - c. Comparer  $f(\sqrt{10}-2)$  et  $g(\sqrt{10}-2)$ .  
Encadrer  $f(\sqrt{10}-2)$  à  $10^{-1}$  près sachant que  $3,16 < \sqrt{10} < 3,17$ .
  - d. Résoudre les équations :

$$f(x) = 8 \quad \text{et} \quad g(x) = 8.$$

2.
  - a. Déterminer et développer le polynôme  $g \circ f(x)$ .
  - b. En remarquant que  $g \circ f(x)$  est une différence de deux carrés, mettre le polynôme  $P(x) = 16x^2 + 24 - 40x$  sous forme d'un produit de deux facteurs du premier degré.
  - c. Développer puis factoriser le polynôme  $f \circ g(x)$ .
  - d. Donner le domaine de définition et simplifier la fraction rationnelle

$$F(x) = \frac{16x^2 + 24 - 40x}{9 - 4x^2}.$$

- e. Soit la fraction rationnelle

$$F'(x) = \frac{8(1-x)}{3+2x}.$$

Résoudre  $F'(x) = 2$ .

**Géométrie**

**Partie A.**

On considère dans le plan euclidien un cercle ( $\mathcal{C}$ ) de centre  $O$  et de rayon  $r = 4$ , et deux points  $A$  et  $B$  de ce cercle.

On pose  $d(A, B) = 2$ .

1. Quelle est la nature du triangle  $OAB$ ?
2. Montrer que la médiatrice de  $[AB]$  passe par  $O$ .
3. Soit  $H$  le milieu de  $[AB]$ . Évaluer  $d(O, H)$  en fonction de  $a$ .

4. Soit (A, B, C, D) le carré situé dans le demi-plan de frontière (AB) qui ne contient pas O.

Soit E le milieu de [CD].

Calculer  $d(A, E)$  en fonction de  $a$ .

Quelle valeur faut-il donner à  $a$  pour que le quadrilatère (O, B, E, A) soit un losange?

**Partie B.**

Dans le plan  $P$  ramené à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on considère les points A et B définis par leurs coordonnées

$$A(-1; 2) \quad \text{et} \quad B\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right).$$

1. Trouver une équation de la droite (AB).
2. Trouver les coordonnées du point C défini par  $\vec{OC} = -3\vec{OB}$ .
3. La parallèle à (AB) passant par C coupe la droite (OA) en D.  
Trouver les coordonnées du point D.