Brevet Centres étrangers juin 1991

Activités numériques

Exercice 1

1. Exprimer les nombres A et B qui suivent sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers :

$$A = \left(1+\sqrt{3}\right)^2, \qquad B = \left(1+2\sqrt{3}\right)\left(2+5\sqrt{3}\right).$$

2. Écrire chacun des nombres C, D et E qui suivent sous la forme d'une fraction aussi simple que possible :

$$C = \frac{8}{5} - \frac{2}{15}, \quad D = \frac{3}{4} \times \left(-\frac{2}{15}\right); \quad E = \left(-\frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right).$$

Exercice 2

Soit l'expression $E = (2x+1)(x+2) - 6(x+2)$.

1. Calculer la valeur de E pour $x = 2,5$.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $(x+2)(2x-5) = 0$.

Exercice 3

Relativement à un repère orthonormal on considère les points :

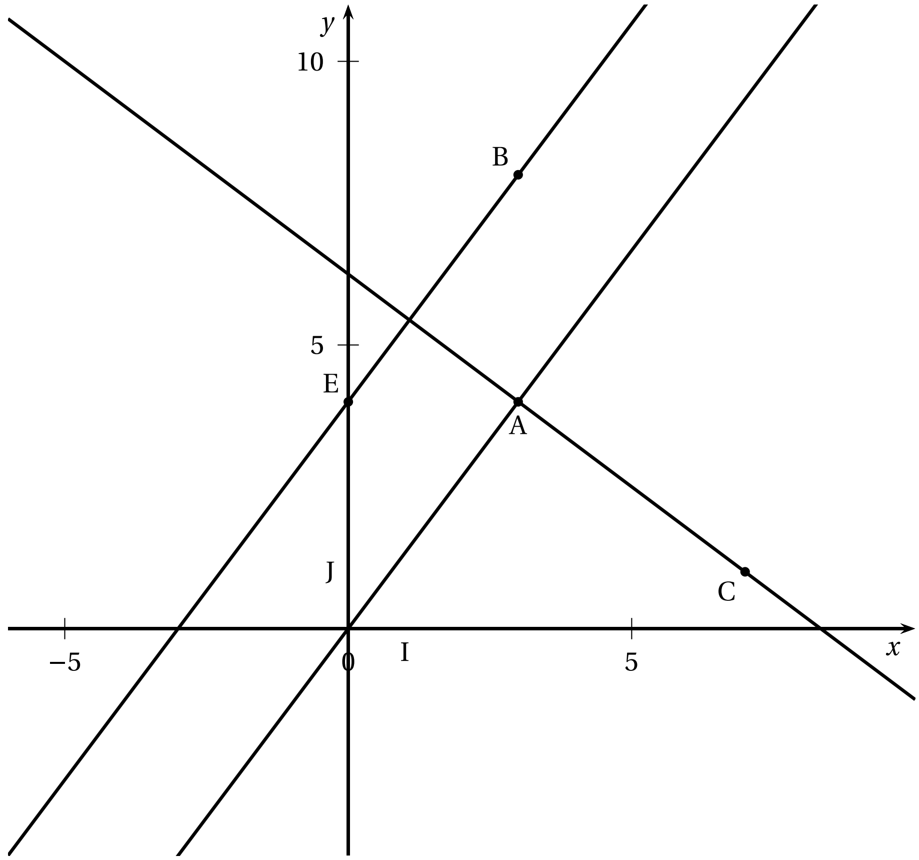
$$\text{O}(0\,;0), \qquad \text{A}(3\,;4), \qquad \text{B}(3\,;8), \qquad \text{C}(7\,;1), \qquad \text{E}(0\,;4).$$

1. Donner les coefficients directeurs des droites (OA) et (AC). (Aucune justification n'est exigée.)
2. Voici les équations de six droites (on ne demande pas de construire ces droites) :

$$\begin{array}{lll} (D_1)\ y = -x+4 & (D_2)\ y = -x & (D_3)\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4} \\ (D_4)\ y = \frac{4}{3}x + \frac{25}{4} & (D_5)\ y = -x+4 & (D_6)\ y = \frac{3}{4}x \end{array}$$

   a. Les équations des droites (EB), (OA) et (AC) figurent parmi ces six équations.
   Indiquer les équations respectives de ces trois droites. (Répondre sous la forme : La droite (EB) a pour équation ...)

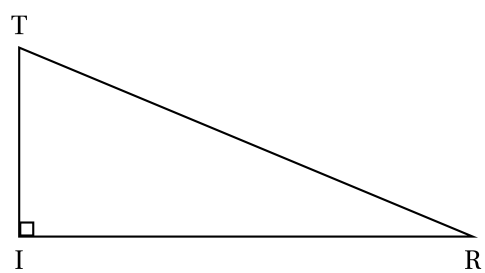
   b. Démontrer que les droites (D_2) et (D_3) sont perpendiculaires.



Activités géométriques

Exercice 1

Le triangle TRI représenté ci-dessous est rectangle en I.
On connaît TR = 65 mm et TI = 25 mm

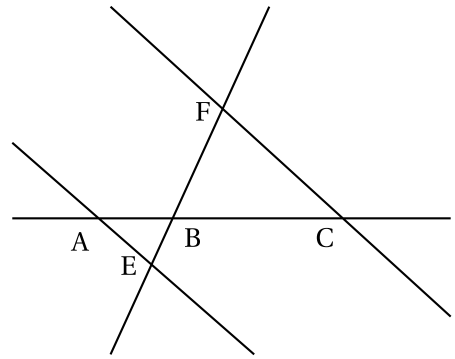


1. Calculer en millimètres la distance IR.
2. Calculer le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{TRI}$.

   Pour chacun de ces nombres donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.
3. Donner une valeur approchée à un degré près de l'angle $\widehat{TRI}$.

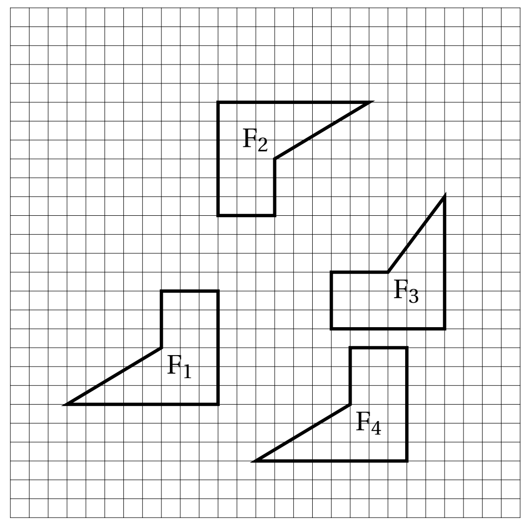
Exercice 2

Sur le dessin ci-contre les droites (AE) et (FC) sont parallèles.
De plus on connaît :
AB = 10 mm ; BC = 20 mm ;
AE = 9 mm ; EB = 7 mm.
En précisant les propriétés utilisées, calculer les distances BF et FC.



Exercice 3

Cet exercice utilise le dessin ci-contre.



Voici trois débuts de phrases :

— La figure F_1 est la transformée de F_2 dans la ...
— La figure F_2 est la transformée de F_3 dans la ...
— La figure F, est la transformée de F4 dans la ...

et les fins de ces phrases données dans le désordre :

— symétrie centrale par rapport au point O.
— translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
— symétrie orthogonale par rapport à la droite (D).

Reconstituer chacune des trois phrases après avoir placé sur le dessin le point O, la droite (D) et deux points A et B qui peuvent convenir.

Problème

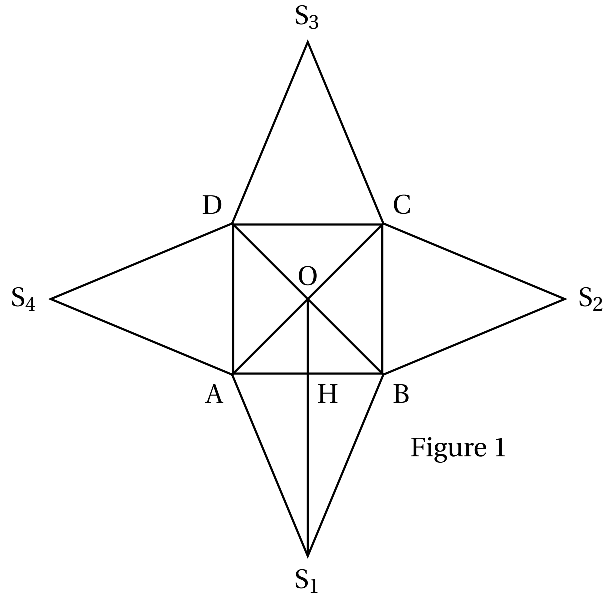


Figure 1

Partie A.

La figure 1 représente le carré ABCD et quatre triangles isocèles S_1AB, S_2BC, S_3CD, S_4DA, construits à l'extérieur du carré.
Les côtés du carré mesurent 5 cm et les distances S_1A, S_1B, S_2B, S_2C, S_3C, S_3D, S_4D, S_4A sont toutes égales à $6,5$ cm.
Les diagonales du carré se coupent en O. La droite (S_1O) coupe le côté [AB] en H. (La figure 1 a été réalisée à l'échelle $1/2$.)

1. Démontrer que la droite (S_1O) est la médiatrice du segment [AB].
2. Donner en centimètres la longueur AH et démontrer que $S_1H = 6$ cm.

Partie B.

La figure 1 précédente est le dessin du patron d'une pyramide régulière dont la base est le carré ABCD et dont les faces latérales sont les quatre triangles isocèles.
Dans cette pyramide les quatre points S_1, S_2, S_3, S_4, sont maintenant confondus et ne forment plus qu'un même point S, sommet de pyramide.

1. Sur la figure 2 on a commencé le dessin en perspective de pyramide SABCD.
   Finir le dessin. Placer sur ce dessin les points O et H.
2. On veut calculer la hauteur SO de cette pyramide.
   Quelle est, en centimètres, la longueur OH ?
   Justifier la réponse.
   Dans le triangle rectangle SHO calculer, en centimètres, la longueur SO (on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près).
3. Calculer l'aire du carré ABCD puis démontrer que le volume de pyramide est égal à 45 cm^3 à 1 cm^3 près par défaut.

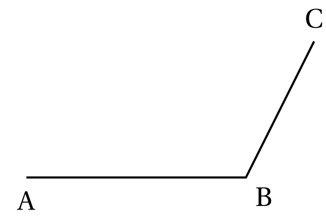


Figure 2

Partie C.

Un plan parallèle à la base de la pyramide SABCD coupe [SOl en S milieu de [SO].
Ce plan coupe [SA] en A$'$, [SB] en B$'$, [SC] en C$'$, [SD] en D$'$.
On détermine ainsi une nouvelle pyramide de sommet S et de base A$'$B$'$C$'$D$'$.

1. Compléter la figure 2 pour faire apparaître cette nouvelle pyramid
2. Cette pyramide SA$'$B$'$C$'$D$'$ est une réduction de la pyramide SABCD.
   En déduire l'aire du carré A$'$B$'$C$'$D$'$ et le volume de la pyramide SA$'$B$'$C$'$D$'$.