☙ Brevet - Groupement 4 [1] juin 2001 ❧

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés, soit des étapes de calculs, soit d'explications. Le barème en tiendra compte

Exercice 1

1. Calculer A et B, en donnant les résultats sous forme de fractions irréductibles :

$$\mathrm{A} = 9 \times \frac{3}{2} - 10 \qquad \mathrm{B} = \left(\frac{3}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{5}{2}\right).$$

2. On considère l'expression :

$$C = (2x-5)^2 - (2x-5)(3x-7)$$

a. Développer et réduire C.

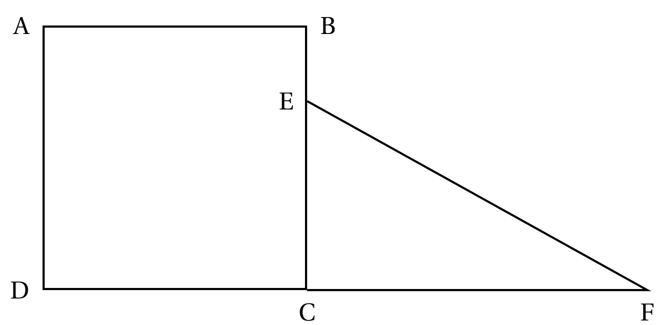
b. Factoriser l'expression C.

c. Résoudre l'équation : $(2x-5)(2-x) = 0$.

Exercice 2

Sur la figure ci-dessous (qui n'est pas en vraie grandeur),

ABCD est un carré dont le côté a pour mesure (en centimètres) x,
ECF est un triangle rectangle en C,
le point E étant un point du segment [BC].
on donne FC = 4 cm.



1. a. Exprimer l'aire, notée $\mathscr{A}_{\mathrm{ABCD}}$, du carré ABCD en fonction de x.

b. Calculer $\mathscr{A}_{\mathrm{ABCD}}$ pour $x = 2+\sqrt{2}$ (on donnera le résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$, où a et b sont des nombres entiers).

2. On suppose que x est supérieur à 1.

a. Sachant que la longueur BE est égale à 0,5 cm, calculer, en fonction de x, l'aire, du triangle ACF notée $\mathscr{A}_{\mathrm{ACF}}$.

b. On note S la somme, en fonction de x, des deux aires $\mathscr{A}_{\mathrm{ABCD}}$ et $\mathscr{A}_{\mathrm{ACF}}$.
Vérifier que : $S = x^2 + 2x - 1$.

3. Calculer S pour $x = 2+\sqrt{2}$.
On donnera le résultat sous la forme $c + d\sqrt{2}$, où c et d sont des nombres entiers).

1. Nancy-Metz, Besançon, Dijon, Lyon, Reims, Strasbourg

Exercice 3

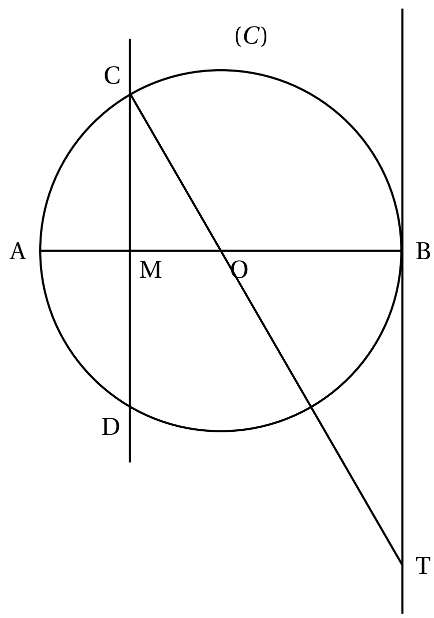
Un cirque propose deux tarifs d'entrée : un pour les adultes et un pour les enfants.
Un groupe de trois enfants avec un adulte paie 290 F.
On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues : $3x + y = 290$.
Un autre groupe de 5 enfants avec quatre adultes paie 705 F.

1. Écrire alors une deuxième équation et résoudre le système obtenu de deux équations à deux inconnues.
2. Donner le prix d'une entrée pour un enfant et celui d'une entrée pour une adulte

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Exercice 1

La figure ci-dessous n'est pas à refaire sur la copie. Elle n'est pas donnée en vraie grandeur.

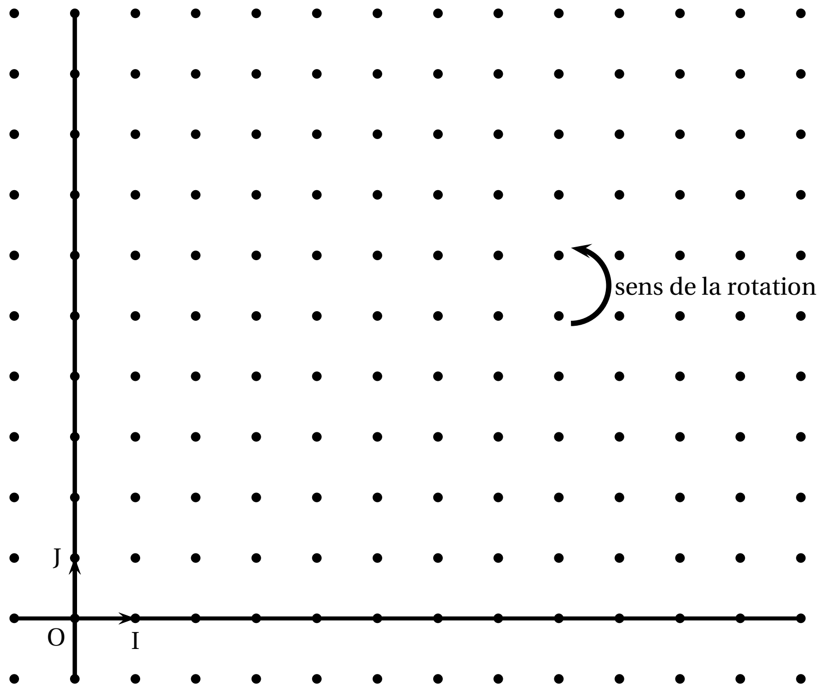


Le rayon du cercle (C) de centre O est égal à 3 cm.
[AB] est un diamètre de ce cercle.
Les points C et D appartiennent au cercle et la droite (CD) est la médiatrice du rayon [OA].
La droite (OC) coupe en T la tangente au cercle (C) au point B.

1. Montrer que (CM) et (BT) sont parallèles.
2. Calculer, en utilisant la propriété de Thalès, la longueur OT.
3. **a.** Démontrer que le triangle COA est équilatéral.
   b. En déduire une mesure (en degrés) de l'angle $\widehat{\text{MCO}}$, puis une mesure (en degrés) de l'angle $\widehat{\text{DOT}}$.

Exercice 2

Les tracés demandés dans cet exercice sont à réaliser sur la figure ci dessous.



1. Dans le repère orthonormé (O, I, J) représenté sur la feuille annexe n° 1, placer les points suivants :

$$A(2\ ;\ 3), B(5\ ;\ 6) \text{ et } \quad C(7\ ;\ 4).$$

2. On admettra que $AB = 3\sqrt{2}$ et que $BC = 2\sqrt{2}$.
   Calculer la distance AC et prouver que le triangle ABC est rectangle en B.
3. Représenter le point D, image du point A par la rotation de centre B et d'angle 90 °. (dans le sens qui est indiqué sur la feuille annexe et qui est le sens contraire des aiguilles d'une montre).
4. Représenter le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   Quelle est la nature du quadrilatère BCMA ?
5. **a.** Représenter le point N image de D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
   b. Expliquer pourquoi les points B, C et D sont alignés.
   c. Démontrer que les points A, M et N sont alignés.

PROBLÈME **12 points**

Partie 1

Une entreprise fabrique des coquetiers en bois qu'elle vend ensuite à des artistes - peintres.
Elle leur propose, à deux tarifs, au choix :
- Tarif n° 1 : 25 F le coquetier.
- Tarif n° 2 : un forfait de 400 F et 15 F le coquetier.

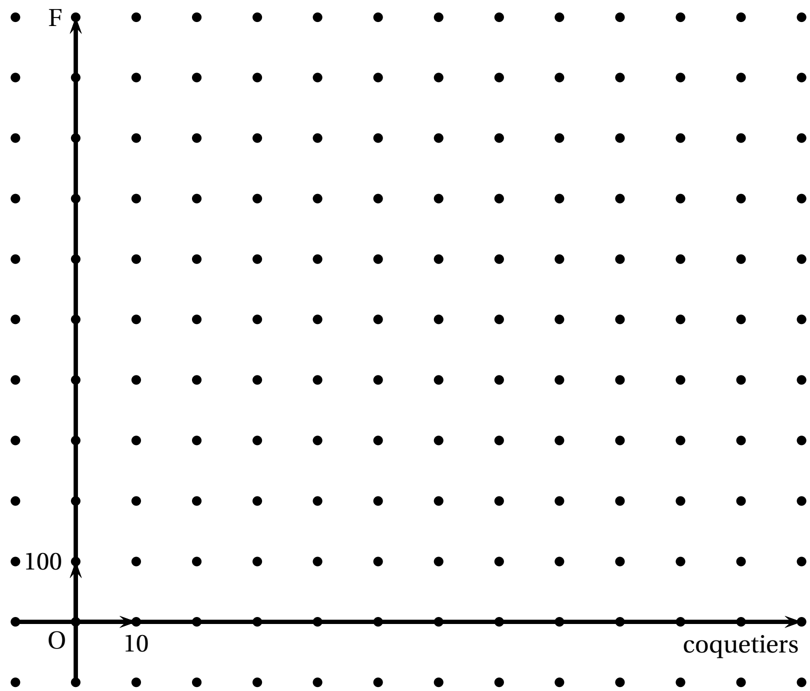
1. Calculer le prix de 30 coquetiers et celui de 50 coquetiers au tarif n° 1 puis au tarif n° 2.
2. On note x le nombre de coquetiers commandés.
   En fonction de x, les prix P_1 au tarif n° 1 et P_2 au tarif n° 2 de x coquetiers sont donc donnés par :

$$P_1(x) = 25x \quad \text{et} \quad P_2(x) = 15x + 400.$$

Construire, dans le même repère orthogonal donné sur la figure ci-dessous, les droites (D_1) et (D_2) qui représentent les deux fonctions P_1 et P_2. (on prendra comme unités :

sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 10 coquetiers commandés,

sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 F)



3. Par simple lecture graphique, répondre aux trois questions suivantes :

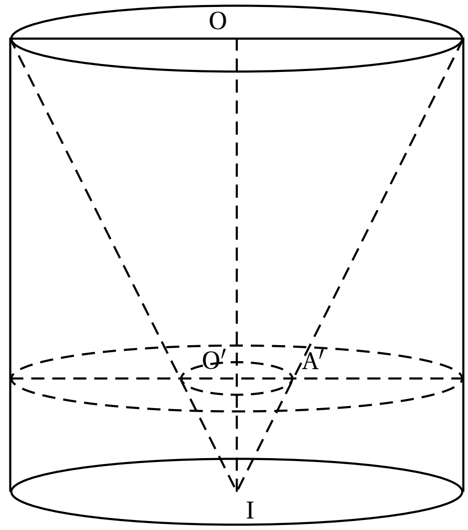
a. Quel est le plus grand nombre de coquetiers qu'un peintre peut acheter avec 1 200 F ?

b. Pour quel nombre de coquetiers, les prix P_1 et P_2 sont-ils les mêmes ?

c. À quelle condition, le tarif n° 2 est-il le plus avantageux ?

Partie 2

Le coquetier est fabriqué avec un cylindre de 3 cm de rayon et de 6 cm de hauteur que l'on évide en creusant un cône de même base circulaire de centre O que le cylindre et dont le sommet est le centre I de l'autre base du cylindre.



1. Montrer que la valeur exacte du volume (en cm^3) d'un coquetier est 36π et donner sa valeur arrondie au cm^3.

2. On sectionne l'objet par un plan (P) parallèle à la base du cylindre.
Les points O′ et A′ appartiennent à ce plan (P).

a. Sachant que la longueur OO′ est 4 cm et que les droites (OA) et (O′A′) sont parallèles, démonter que la longueur O′A′ est égale à 1 cm.

b. Dessiner la section du coquetier par le plan (P). (la figure, qui est une couronne, sera non déformée et dessinée en vraie grandeur).

c. Calculer la valeur exacte de l'aire de cette section.