

∞ Baccalauréat de technicien hôtellerie Métropole ∞ juin 2010

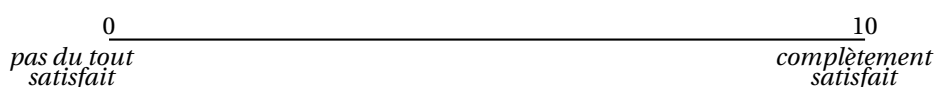
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

EXERCICE 1

8 points

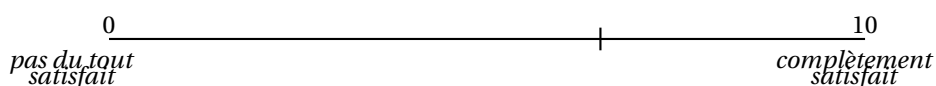
ENQUÊTE DE SATISFACTION

Dans un hôtel, pendant les mois de juillet et août derniers, on a demandé à tous les clients de remplir un document visant à mesurer leur satisfaction à l'issue de leur séjour. En particulier, on leur a demandé d'évaluer l'hôtel par une note donnée à l'aide d'une marque sur un segment de 10 cm :



En mesurant, en cm, le segment entre le 0 et la marque faite par le client, on obtient une valeur de satisfaction.

Exemple :



Le segment entre le 0 et la marque mesure 6,5 cm, la valeur de satisfaction est 6,5.

Pour les 400 fiches dépouillées, les mesures sont regroupées dans le tableau suivant :

| Valeur de satisfaction | Nombre de fiches |
|------------------------|------------------|
| moins de 2 | 10 |
| de 2 à moins de 4 | 34 |
| de 4 à moins de 6 | 67 |
| de 6 à moins de 7,5 | 81 |
| de 7,5 à moins de 9 | 185 |
| plus de 9 | 23 |

Le directeur de l'hôtel considère qu'un client est satisfait s'il a attribué une valeur de satisfaction supérieure ou égale à 7,5.

On donnera la valeur exacte des résultats sous forme décimale.

- On tire une fiche au hasard parmi les 400 fiches dépouillées. On considère que tous les tirages sont équiprobables. À l'aide du tableau ci-dessus, calculer la probabilité que la fiche tirée ait été remplie par un client satisfait.
- Les clients sont répartis en 3 catégories selon leur nationalité. Sachant que, parmi les 400 fiches dépouillées :
 - 75 % ont été remplies par des clients français, et 55 % des clients français sont satisfaits ;
 - $\frac{1}{5}$ ont été remplies par des clients européens non français ;
 - les autres ont été remplies par des clients d'autres nationalités non européennes, et 30 % d'entre eux ne sont pas satisfaits.

Reproduire et compléter le tableau suivant :

| Clients | Français | Européens non français | Autres nationalités non européennes | Total |
|--------------|----------|------------------------|-------------------------------------|-------|
| satisfaits | | | | 208 |
| insatisfaits | | | | |
| Total | | | | 400 |

- On considère une fiche prise au hasard parmi les 400 fiches dépouillées. À l'aide de ce tableau, calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : « Le client qui a rempli la fiche n'est pas européen. »
 - B : « Le client qui a rempli la fiche est insatisfait. »
- Définir par une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$ puis calculer leur probabilité.
- La fiche prélevée au hasard est celle d'un Européen non français. Quelle est la probabilité qu'il soit insatisfait ?

EXERCICE 2**12 points****ÉTUDE DE MARCHÉ****Première partie : étude statistique**

Avant d'établir un restaurant dans une zone d'emploi, on réalise un sondage qui permet de déterminer, selon le prix du repas, le nombre de personnes susceptibles de déjeuner chaque jour dans ce restaurant. On obtient les résultats suivants :

| Prix du repas (en €) x_i | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Nombre de personnes y_i | 138 | 127 | 116 | 107 | 96 | 88 | 80 | 73 | 67 | 60 | 54 | 50 |

- Représenter sur une feuille de papier millimétré le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ de cette série statistique dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$:
 - sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 1 €,
 - sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente 10 personnes.
- On partage le nuage en deux parties. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé des six premiers points et les coordonnées du point moyen G_2 du nuage formé des six autres points. Tracer la droite $(G_1 G_2)$ sur le graphique.
- On admet que la droite $(G_1 G_2)$ réalise un bon ajustement du nuage. Montrer que cette droite admet pour équation : $y = -8x + 164$.
- À l'aide de l'équation de la droite $(G_1 G_2)$, estimer le nombre de personnes susceptibles de déjeuner chaque jour dans le restaurant si le repas est vendu 13,50 €. Quelle serait alors la recette quotidienne du restaurant ? On rappelle que : recette = prix du repas \times nombre de personnes.
- On souhaite qu'au moins 90 personnes déjeunent chaque jour, déterminer à l'aide du graphique le prix du repas à ne pas dépasser (on fera apparaître les constructions utiles).

Deuxième partie : optimisation de la recette quotidienne

On modélise la recette quotidienne du restaurant en euros pour un prix de vente x du repas en euros grâce à la fonction f , définie sur l'intervalle $[4 ; 15]$ par

$$f(x) = -8x^2 + 164x.$$

- Quelle recette quotidienne peut-on espérer si le prix du repas est fixé à 8,50 €.
- Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f .
- Étudier les variations de f sur l'intervalle $[4 ; 15]$.
- Déterminer le prix du repas qui rend la recette quotidienne prévisible maximale. Quelle serait alors cette recette ?