

∞ Baccalauréat de technicien hôtellerie ∞
Métropole–La Réunion 9 septembre 2015

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques
est autorisé.

EXERCICE 1

8 points

Des élèves d'une classe de terminale ont fait une étude statistique sur 1 600 habitants d'une ville et leur ont posé la question suivante : « Dans quel type de restaurant préférez-vous déjeuner ? »

Trois réponses leur étaient proposées :

- « dans un restaurant gastronomique »
- « dans la restauration rapide »
- « dans une brasserie »

On a relevé les données suivantes :

- 1 200 habitants interrogés sont âgés de 30 ans ou plus.
- 45 % des habitants interrogés ont répondu « dans la restauration rapide ».
- 120 habitants interrogés préfèrent déjeuner « dans un restaurant gastronomique ».
- 25 % des habitants interrogés de moins de 30 ans préfèrent déjeuner « dans une brasserie ».
- 80 habitants interrogés ayant 30 ans ou plus préfèrent déjeuner « dans un restaurant gastronomique ».

1. À l'aide des informations ci-dessus, compléter le tableau fourni en **annexe (à rendre avec la copie)**.

2. Les élèves de cette classe de terminale ont créé une fiche pour chacun des 1 600 habitants interrogés, comportant son âge et sa préférence.

On sélectionne une fiche au hasard, chaque fiche ayant la même probabilité d'être choisie.

Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- G : « La fiche est celle d'un habitant interrogé préférant déjeuner dans un restaurant gastronomique » ;
- M : « La fiche est celle d'un habitant interrogé ayant moins de 30 ans » ;
- A : « La fiche est celle d'un habitant interrogé ayant moins de 30 ans et préférant déjeuner dans un établissement de la restauration gastronomique ».

3. Définir par une phrase les évènements \overline{M} et $G \cup M$ puis calculer leur probabilité.

4. On choisit une fiche correspondant à un habitant interrogé ayant 30 ans ou plus.

On admet que chacune de ces fiches a la même probabilité d'être prélevée. Calculer la probabilité p de l'évènement suivant : « La fiche est celle d'un client préférant déjeuner dans un restaurant gastronomique ».

EXERCICE 2**12 points**

Un restaurateur effectue une étude de marché dans une ville dans l'intention d'installer un établissement proposant le soir un « grand buffet à volonté ». Selon la nature des mets proposés dans ce buffet il envisage de fixer des tarifs allant de 15 à 35 euros. Son objectif est de fixer un tarif qui lui permettra de réaliser un bénéfice maximal lors de ce service.

À l'issue de cette étude, il dispose du tableau ci-dessous qui lui donne le nombre de couverts potentiels pour le service du soir en fonction du tarif qu'il aura proposé.

Tarif (en €) : x_i	15	17	20	22,5	25	30	35
Nombre de couverts : y_i	500	350	270	190	140	75	50

Partie A

1. Représenter graphiquement dans le repère fourni en annexe (à rendre avec la copie) le nuage de points associé à cette série statistique $(x_i ; y_i)$.
2. Compte tenu de l'allure de ce nuage, on choisit de réaliser un ajustement de cette série par la courbe C représentée dans le même repère, où C est la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[15 ; 35]$ par :

$$f(x) = 2639e^{-0,116x}.$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[15 ; 35]$ et on note f' sa fonction dérivée.

- a. Calculer $f'(x)$, pour tout x appartenant à l'intervalle $[15 ; 35]$.
- b. On remarque sur le graphique que la fonction est décroissante sur l'intervalle $[15 ; 35]$.
Le prouver par le calcul.

Partie B

On admet que la fonction f permet de modéliser le nombre de couverts pour le service du soir en fonction du tarif, noté x , fixé par le restaurateur (x appartenant à l'intervalle $[15 ; 35]$).

1. Le restaurateur estime que, si moins de 100 couverts sont servis, son restaurant ne sera pas rentable.

Par lecture graphique, indiquer le prix maximum que le restaurateur doit fixer pour son buffet pour assurer la rentabilité de son restaurant.

On laissera apparents les traits de construction.

2. Pour ce grand buffet, le **prix de revient** de chaque couvert est de 12 €.

On rappelle qu'une estimation du nombre de couverts pour un service du soir est donnée par l'expression : $2639e^{-0,116x}$, lorsque le tarif est fixé à x €.

- a. Dans cette question, le tarif est fixé à 24 €.
En indiquant les calculs, expliquer pourquoi :
— le nombre de couverts est estimé à 163 ;

- le prix de revient d'un service du soir est d'environ 1 956 € ;
 - le chiffre d'affaires réalisé au cours du service du soir est d'environ 3 912 €.
- b.** Le tarif étant maintenant fixé à x €, exprimer en fonction de x :
- le prix de revient $R(x)$ d'un service du soir ;
 - le chiffre d'affaires $C(x)$ réalisé au cours du service du soir ;
 - le bénéfice réalisé au cours du service du soir.
- 3.** *Dans cette question, toute trace de recherche ou d'initiative, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation*

On admet que le bénéfice d'un service du soir est donné par la fonction B définie pour tout x de l'intervalle $[15 ; 35]$ par :

$$B(x) = 2\,639(x - 12)e^{-0,116x}.$$

On admet également que la fonction B est dérivable sur l'intervalle $[15 ; 35]$ et que sa fonction dérivée B' est définie par :

$$B'(x) = 2\,639(2,392 - 0,116x)e^{-0,116x}.$$

Quel tarif le restaurateur doit-il fixer pour réaliser un bénéfice maximum lors du service du soir ? Présenter une réponse argumentée.

Annexe à rendre avec la copie**EXERCICE 1 : tableau à compléter**

Habitants interrogés	Restaurant gastronomique	Restauration rapide	Brasserie	Total
Moins de 30 ans				
30 ans ou plus				
Total				1 600

EXERCICE 2 : nuage de points et courbe de la fonction f 