Baccalauréat Hôtellerie – Métropole–juin 2011

EXERCICE 1 **8 points**

Cet exercice a pour but d'étudier l'évolution du nombre de bactéries au cours du temps dans une situation de nature expérimentale.

On dépose un morceau de viande sur un comptoir l'été à 14 h 00, la température avoisine les 35° C. Ce morceau de viande contient 100 bactéries, et dans ces conditions, le nombre de bactéries double toutes les 15 minutes.
On note u_0 le nombre de bactéries à 14 h 00, u_1 le nombre de bactéries à 14 h 15, u_2 le nombre de bactéries à 14 h 30, et u_n le nombre de bactéries n quarts d'heure après 14 h 00, n étant un entier naturel.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (on suppose que les conditions ne changent pas durant tout le temps de l'expérience) :

Heure	14 h 00	14 h 15	14 h 30	14 h 45	15 h 00
Rang : n	0	1	2	3	4
Nombre de bactéries u_n	100				

2. Si u_n est le nombre de bactéries à un moment déterminé, u_{n+1} correspond au nombre de bactéries 15 minutes plus tard.
   Quelle est la relation entre u_n et u_{n+1} ?
3. Préciser la nature de la suite (u_n) définie précédemment et sa raison.
4. Exprimer u_n en fonction de n.
5. Calculer le nombre de bactéries à 17 h 00.
6. On estime qu'à partir de 150 000 bactéries présentes dans un aliment, celui-ci a atteint un niveau impropre à la consommation pour l'être humain.
   Jusqu'à quelle heure, arrondie au quart d'heure, l'être humain peut-il consommer sans risque le morceau de viande ?

EXERCICE 2 **12 points**

Un restaurateur voudrait maintenant faire une étude sur le coût unitaire de fabrication d'un menu proposé dans sa carte.

Partie A :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 30]$ par :

$$f(x) = x + 50 - 18\ln x.$$

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f et montrer que la dérivée est $f'(x) = \dfrac{x-18}{x}$.
2. Etudier le signe de la dérivée sur l'intervalle $[1 ; 30]$.
3. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 30]$.
4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant : (on arrondira les résultats à 10^{-2} près).

x	1	5	10	15	18	20	25	30
$f(x)$								

5. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthonormal :
   Unités graphiques : 1 cm pour 2 unités sur les deux axes.

Partie B :

Le coût total de fabrication de x menus **en euros**, est donné par la fonction :

$$g(x) = x^2 + 50x - 18x\ln x \quad \text{où } x \text{ est le nombre de menus fabriqués.}$$

1. Montrer que le coût unitaire d'un menu est égal à $f(x)$.

2. Déterminer alors le nombre de menus qu'il faut servir pour que le coût unitaire soit minimal. Quel est ce coût ?

3. Un menu est vendu 30 €. Combien faut-il vendre de menus pour ne pas être en déficit ?
Faire apparaître les traits de construction sur le graphique et répondre à la question.