

# ☞ Baccalauréat de technicien hôtellerie Métropole ☞ juin 2013

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

## EXERCICE 1

8 points

Un hôtel propose trois formules d'hébergement :

- nuit avec petit-déjeuner ;
- demi-pension ;
- pension complète.

Le directeur de l'hôtel s'intéresse aux durées des séjours de ses clients pendant l'année 2012 et les classe en deux catégories : séjour d'une semaine ou moins, ou séjour de plus d'une semaine.

- 5 000 clients ont fréquenté l'hôtel en 2012 ;
- 65 % des clients ont séjourné une semaine ou moins ;
- 18 % des clients ont séjourné en pension complète ;
- 3 800 clients ont choisi la demi-pension, et parmi ceux-ci, 30 % sont restés plus d'une semaine ;
- 420 clients ont séjourné en pension complète pendant plus d'une semaine.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Séjours	Nuit avec petit-déjeuner	Demi-pension	Pension complète	Total
Une semaine ou moins				
Plus d'une semaine				
Total				5 000

2. On prélève une fiche au hasard parmi les 5 000 fiches des clients ayant fréquenté l'hôtel en 2012.

Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

$A$  : « La fiche est celle d'un client qui a séjourné en pension complète » ;

$B$  : « La fiche est celle d'un client qui a séjourné plus d'une semaine » ;

$C$  : « La fiche est celle d'un client qui a séjourné en formule « Nuit avec petit-déjeuner » pendant une semaine ou moins ».

3. a. Définir par une phrase l'évènement  $A \cap B$ . Calculer sa probabilité.

b. Définir par une phrase l'évènement  $A \cup B$ . Calculer sa probabilité.

4. On prélève au hasard la fiche d'un client ayant séjourné en pension complète.

Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

Calculer la probabilité que le client soit resté plus d'une semaine.

*On donnera le résultat arrondi au millième.*

**EXERCICE 2****12 points**

Un restaurateur propose chaque jour à midi son « menu du jour » au prix de 18 euros. Il accueille quotidiennement entre 2 et 20 personnes.

On admet que la fonction  $c$  dont la courbe est donnée en annexe modélise le coût unitaire de fabrication d'un repas (exprimé en euros) en fonction du nombre de repas servis.

1. À l'aide du graphique fourni en annexe :

- a. Déterminer le nombre de repas à servir pour que le coût unitaire de fabrication d'un repas soit minimal.

Quel est ce coût minimal ?

À partir de combien de repas servis, le restaurateur fera-t-il un bénéfice ?

Expliquer la démarche mise en œuvre.

2. On admet que la fonction  $c$  représentée en annexe est définie sur l'intervalle  $[2; 20]$  par :

$$c(x) = x - 14 + \frac{100}{x}.$$

- a. Pour 8 repas fabriqués et servis, calculer le coût unitaire de fabrication d'un repas.

b. Calculer :

- le coût total de fabrication des 8 repas ;
- le chiffre d'affaires obtenu pour ces 8 repas servis ;
- le bénéfice ainsi réalisé par le restaurateur.

3. On suppose que  $x$  repas sont fabriqués et servis ( $x$  entier compris entre 2 et 20).

- a. Donner, en fonction de  $x$ , l'expression du chiffre d'affaires réalisé.

b. Montrer que le résultat réalisé par le restaurateur est égal à :

$$-x^2 + 32x - 100.$$

(On rappelle que le résultat représente le chiffre d'affaires diminué du coût)

4. On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[2; 20]$  par

$$f(x) = -x^2 + 32x - 100.$$

On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[2; 20]$ .

- a. Soit  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Déterminer  $f'(x)$ .

b. Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[2; 20]$ .

c. En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[2; 20]$ .

5. Combien de repas le restaurateur doit-il servir pour réaliser un bénéfice maximal ?

Quel est alors ce bénéfice ?

ANNEXE (à remettre avec la copie) : courbe représentative de la fonction  $c$

