

∞ Baccalauréat de technicien hôtellerie ∞
Métropole–La Réunion 11 septembre 2014

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques
est autorisé.

EXERCICE 1

8 points

Un restaurateur augmente de 3 %, chaque premier janvier, le tarif de son menu gastronomique.

1. Le prix d'un menu en 2014 est de 36,05 €.
 - a. Quel sera le prix d'un menu, en euros, en 2015 ?
 - b. Quel était le prix d'un menu, en euros, en 2013 ?
2. On note P_n le prix en euros du menu pour l'année 2014 + n (ainsi $P_0 = 36,05$).
 - a. Donner P_1, P_2 et P_3 .
 - b. Reconnaître la nature de la suite (P_n) et donner sa raison.
 - c. En déduire l'expression de P_n en fonction de n .
 - d. Quel sera, selon ce modèle, le prix en euros du menu en 2022 ?
 - e. Selon ce modèle, au cours de quelle année le prix du menu sera-t-il le double du prix de 2014 ?
3. Ce restaurateur prétend ainsi que l'augmentation obtenue au bout de 10 ans sera exactement de 30 %. A-t-il raison ? Proposer une réponse argumentée.

EXERCICE 2

12 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = ax + 25\,000 + 250\ln(x),$$

où a est un nombre réel positif.

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f donnée en annexe dans un repère orthogonal.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que l'on peut l'écrire sous la forme $f'(x) = \frac{ax + 250}{x}$.
2. Sachant que la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur 400 montrer que $a = 150$.
3. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.

Partie B

Le propriétaire d'un camping 3 étoiles investit dans l'achat de bungalows. On admettra que ce propriétaire doit dépenser par bungalow et pour x semaines d'exploitation du camping (x nombre entier supérieur ou égal à 1) une somme, incluant le prix d'achat, modélisée par la fonction f définie dans la partie A. On supposera dans cette partie que :

$$f(x) = 150x + 25\,000 + 250\ln(x).$$

1. À l'aide du graphique fourni en annexe représentant la fonction f , donner le nombre de semaines d'exploitation au bout desquelles la dépense par bungalow dépassera 30 000 €. On laissera apparents les traits de construction.
2. Le propriétaire loue, en moyenne, un bungalow 750 € par semaine.
 - a. Donner, en fonction de x , l'expression du chiffre d'affaires $A(x)$ réalisé par l'exploitation d'un bungalow pendant x semaines.
 - b. Sur la feuille donnée en annexe (à rendre avec la copie), tracer, dans le même repère, la droite (d) d'équation : $y = 750x$.
 - c. Au bout de combien de semaines d'exploitation le propriétaire du camping sera-t-il bénéficiaire ? Expliquer la démarche mise en œuvre.
3. Le propriétaire souhaite que le seuil de rentabilité soit atteint au bout d'une saison, c'est-à-dire dès 22 semaines d'exploitation. Combien devrait-il louer en moyenne un bungalow pour atteindre cet objectif ? Expliquer la démarche mise en œuvre.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2 : courbe de la fonction

