

∞ Baccalauréat de technicien hôtellerie ∞
Métropole–La Réunion 22 juin 2015

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques
est autorisé.

EXERCICE 1

8 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par

$$f(x) = 120e^{-0,17x}.$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0; 10]$.

1. À l'aide de la représentation graphique de la fonction f fournie en annexe 1 (à rendre avec la copie), résoudre, sur l'intervalle $[0; 10]$, l'inéquation $f(x) \leq 30$, en laissant apparents les traits de construction.
2. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
3. Justifier que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[0; 10]$.
4. Montrer qu'il existe un unique réel α , sur l'intervalle $[0; 10]$, solution de l'équation $f(x) = 30$. Donner une valeur approchée au centième près de α .
5. Justifier les résultats trouvés graphiquement à la question 1.

Partie B

Un robot a une valeur initiale de 120 euros au 1^{er} janvier 2014. D'après un fabricant en matériel pour la restauration, la valeur de ce robot peut être modélisée à l'aide de la fonction f précédemment étudiée. Plus précisément, pour n entier, la valeur du robot en euros au 1^{er} janvier de l'année $(2014 + n)$ est égale à $f(n)$.

1. Calculer la valeur du robot au 1^{er} janvier 2017.
2. Calculer, en pourcentage, le taux d'évolution de la valeur du robot entre le 1^{er} janvier 2014 et le 1^{er} janvier 2017.
3. Peut-on affirmer que « le 1^{er} janvier 2020, le robot aura perdu environ 80 % de sa valeur initiale » ?
Justifier la réponse.
4. À l'aide des résultats de la partie A, préciser à partir de quelle année la valeur du robot sera, au 1^{er} janvier, en dessous de 30 euros.

EXERCICE 2

12 points

La directrice d'un hôtel restaurant situé dans la baie du Mont-Saint-Michel organise un évènement promotionnel afin de faire connaître son établissement. Durant une semaine, elle souhaite que le même message publicitaire soit diffusé plusieurs fois sur les deux radios locales entre 17 h et 19 h afin d'atteindre les personnes rentrant du travail.

Elle se renseigne donc sur les tarifs proposés par ces deux radios locales :

- Normand'FM demande 60 euros pour chaque diffusion du message.
- Bret'FM, plus écoutée, réclame 150 euros pour chaque diffusion du message.

La directrice dispose, pour cette semaine de campagne publicitaire, d'un budget de 2 400 euros. Elle souhaite que, sur cette période, le message soit diffusé au moins vingt fois.

Elle souhaite également que le nombre des messages diffusés sur Bret'FM soit supérieur ou égal à celui des messages diffusés sur Normand'FM.

1. Notons x le nombre de messages diffusés sur Normand'FM et y le nombre de messages diffusés sur Bret'FM durant cette semaine. On admet que x et y sont des entiers positifs qui satisfont le système d'inéquations suivant :

$$(S) \quad \begin{cases} y & \geq x \\ x + y & \geq 20 \\ 60x + 150y & \leq 2400 \end{cases}$$

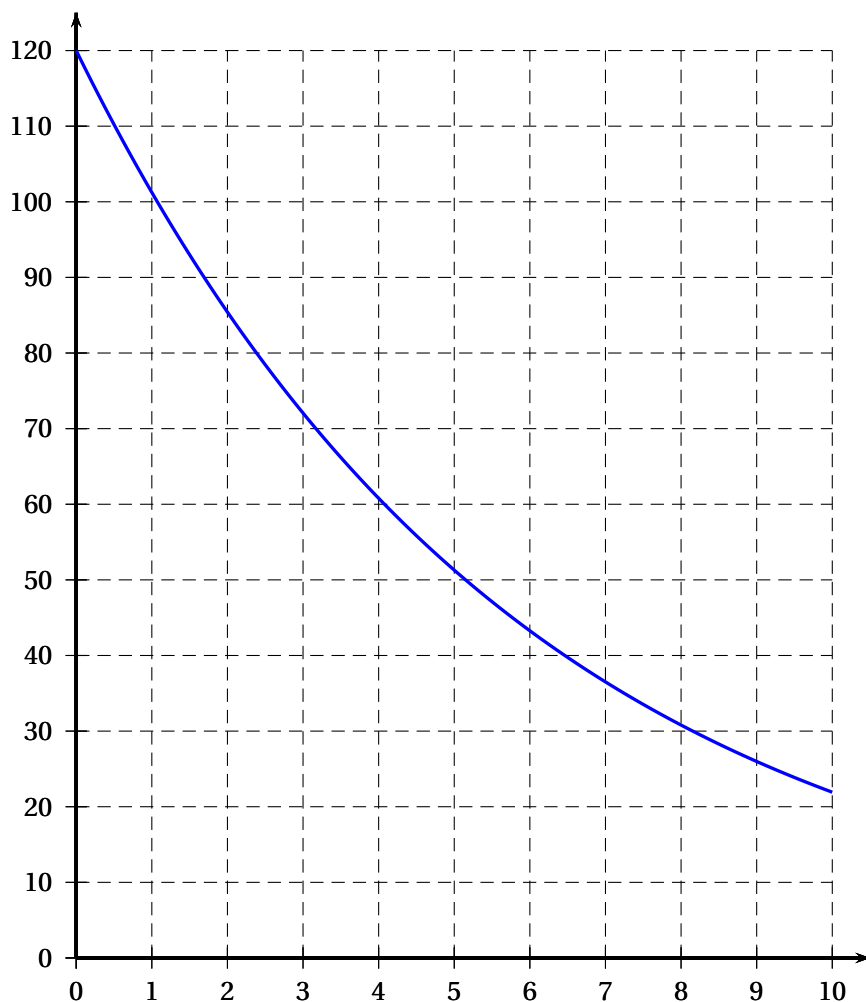
- a. Expliquer ce que traduit chacune des trois inégalités précédentes à l'aide des informations données dans l'énoncé.
- b. Vérifier que ce système peut s'écrire également :

$$(S) \quad \begin{cases} y & \geq x \\ y & \geq 20 - x \\ y & \leq 16 - 0,4x \end{cases}$$

2. La droite D_3 d'équation : $y = 16 - 0,4x$ est déjà représentée dans le repère orthogonal donné en annexe 2 (à rendre avec la copie).
Dans ce même repère, tracer la droite D_1 d'équation $y = x$ et la droite D_2 d'équation $y = 20 - x$.
3. Hachurer les parties du plan comportant les points dont les coordonnées $(x ; y)$ **ne sont pas solutions** du système (S).
4. Déterminer par lecture graphique les huit couples d'entiers positifs solutions du système (S).
5. On estime que, pendant la semaine de diffusion, le nombre d'auditeurs entre 17 h et 19 h sera de 21 500 sur Normand'FM et de 35 000 sur Bret'FM.
 - a. Lorsque 8 messages sont diffusés sur Normand'FM et 12 sur Bret'FM, calculer le nombre total d'écoutes du message publicitaire durant la semaine.
 - b. Parmi l'ensemble des possibilités offertes à la directrice, solutions du système (S), laquelle peut-on lui conseiller afin d'assurer un nombre maximal d'écoutes du message publicitaire ? Expliciter la démarche mise en œuvre.

Annexe 1 à rendre avec la copie

Exercice 1



Annexe 2 à rendre avec la copie

Exercice 2

