

Baccalauréat de technicien hôtellerie Métropole juin 2007

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

EXERCICE 1

7 points

Le directeur d'un hôtel souhaite connaître l'évolution de la fréquentation du site Internet de son établissement. Il consulte les données sur les huit premiers mois de l'année 2006.

Mois	janvier	février	mars	avril	mai	juin	juillet	août
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de connexions y_i	112	126	151	159	169	185	200	214

- Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de connexions entre le mois de janvier et le mois d'août 2006 (arrondir à 1 % près).
- Représenter graphiquement dans un repère orthogonal (O ; I, J) le nuage de points $(x_i ; y_i)$ associé à cette série statistique en prenant comme unités :
 - sur l'axe des abscisses : 1 cm pour un mois ;
 - sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 10 connexions ; commencer la graduation à 100.
- Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux quatre premiers mois, et du point moyen G_2 associé aux quatre derniers mois. Placer ces points sur le graphique puis tracer la droite $(G_1 G_2)$.
- Montrer qu'une équation de la droite $(G_1 G_2)$ est $y = 13,75x + 102,625$.
- On admet que la droite $(G_1 G_2)$ réalise une bonne approximation du nombre de connexions jusqu'à la fin de l'année 2007.
 - À l'aide du graphique, estimer le nombre prévisible de connexions en décembre 2006.
 - Déterminer par le calcul durant quel mois on devrait atteindre 500 connexions.

EXERCICE 2

13 points

Partie A (étude mathématique)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[30 ; 120]$ par :

$$f(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}.$$

- Déterminer la fonction dérivée f' de f ; montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$f'(x) = \frac{2(x - 60)(x + 60)}{x^2}$$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ puis construire le tableau de variations sur l'intervalle $[30; 120]$.
3. a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera les valeurs arrondies à 10^{-1} près).

x	30	40	50	55	60	65	70	90	120
$f(x)$									70

- b. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal pour x appartenant à l'intervalle $[30; 120]$.
On prendra :
- 1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses,
 - 1 cm pour 5 unités sur l'axe des ordonnées.
4. À l'aide du graphique, encadrer par deux entiers consécutifs les solutions de l'équation $f(x) = 35$, en laissant apparaître les traits de construction utiles.

Partie B (étude de coût)

Dans un restaurant, le coût moyen unitaire exprimé en euros de fabrication de x repas est donné par la relation :

$$C_M(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$$

pour x compris entre 30 et 120.

1. En utilisant la partie A, déterminer le nombre de repas qui donne un coût moyen unitaire minimum.
Quel est ce coût ?
2. Montrer que le coût total exprimé en euros de fabrication de x repas est donné par la relation :

$$C(x) = 2x^2 - 230x + 7200.$$

3. Le restaurateur propose le repas au prix de 35 €.
 - a. Calculer le bénéfice réalisé $B(x)$ en fonction du nombre x de repas servis.
 - b. Combien doit-il servir de repas pour réaliser un bénéfice ?