

∞ Baccalauréat de technicien hôtellerie Polynésie ∞
juin 2009

EXERCICE 1

10 points

À compter du 1^{er} janvier 2010, le directeur d'un palace décide de louer à l'année certaines de ses plus belles chambres. Il propose à ses plus fidèles clients deux types de contrats de location.

1^{er} contrat : 20 000 € la première année puis une augmentation de 5 % tous les ans.

On note u_n le montant de la location au 1^{er} janvier de l'année 2010 + n . Ainsi, $u_0 = 20000$.

2^e contrat : 20 000 € la première année puis une augmentation de 1 150 € tous les ans.

On note v_n le montant de la location au 1^{er} janvier de l'année 2010 + n . Ainsi, $v_0 = 20000$.

Les résultats seront arrondis au centime d'euro.

I Étude du 1^{er} contrat :

1. Quel est le prix u_1 de la location d'une chambre le 1^{er} janvier 2011 avec le premier contrat ? Et u_2 celui au 1^{er} janvier 2012 ?
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Quelle est sa raison ? Justifier.
4. Exprimer u_n en fonction de n .
5. Combien coûtera la location à l'année en 2019 ?

II Étude du 2^e contrat :

1. Quel est le prix v_1 de la location d'une chambre le 1^{er} janvier 2011 avec le deuxième contrat ? Et v_2 celui au 1^{er} janvier 2012 ?
2. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
3. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Quelle est sa raison ? Justifier.
4. Exprimer v_n en fonction de n .
5. Combien coûtera la location à l'année en 2019 ?

III Comparaison :

Un client fidèle décide de prendre une location au premier janvier 2010 pendant 10 ans. À quel contrat doit-il souscrire pour que sa dépense totale soit minimale ?

EXERCICE 2

10 points

I Étude d'une série statistique :

Un restaurateur s'intéresse, chaque mois de l'année 2008, au nombre moyen de couverts servis par jour dans son établissement. Il relève les données suivantes :

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de couverts y_i	18	29	32	36	41	44
Mois	Juillet	Août	Sept.	Octob.	Novem.	Décem.
Rang x_i	7	8	9	10	11	12
Nombre de couverts y_i	44	48	48	50	53	52

- Représenter graphiquement, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points $(x_i ; y_i)$ associé à cette série statistique, dans un repère orthogonal $(O ; I, J)$ d'unités graphiques :
 - sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 mois.
 - sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 5 couverts.
- Un ajustement affine est-il pertinent ?

II Étude d'une fonction :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 12]$ par :

$$f(x) = 10 \ln(x^2 + 6x).$$

On appelle \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans le même repère $(O ; I, J)$.

- Montrer que la fonction dérivée f' s'exprime par $f'(x) = 10 \times \frac{2x+6}{x^2+6x}$.
 - Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[1 ; 12]$.
- Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera des valeurs arrondies à 10^{-1}).

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$												

- Tracer \mathcal{C}_f dans le même repère que le nuage de points.

III Application :

En admettant que la courbe \mathcal{C}_f constitue un bon ajustement du nuage de points et que la tendance affichée se confirme jusqu'au mois de février 2009, donner une estimation du nombre moyen de couverts servis par jour dans ce restaurant en février 2009. Justifier.