

♧ Baccalauréat de technicien hôtellerie Polynésie ♧

juin 2013

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

EXERCICE 1

7 points

Un centre de vacances implanté sur la Côte d'Azur a une capacité d'accueil maximale de 1 200 personnes. Le directeur s'attend à ce que le nombre de vacanciers augmente au fil de la saison 2013. Il note donc chaque semaine, à partir de l'ouverture de son centre, le nombre de vacanciers.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de vacanciers : y_i	450	520	545	613	641	705	769	813

1. Calculer le pourcentage d'évolution du nombre de vacanciers entre la première et la huitième semaine d'ouverture (arrondir le résultat à 0,1 %).
2. Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage de points associé à cette série statistique dans un repère orthogonal.
Unités graphiques : 2 cm pour 1 semaine en abscisse ; 1 cm pour 20 vacanciers en ordonnée.
On pourra graduer l'axe des ordonnées à partir de 400.
3. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
Placer ce point G sur le graphique précédent.
4. On admet que la droite d'équation $y = 50x + 407$ réalise un bon ajustement du nombre de vacanciers en fonction du rang de la semaine.
 - a. Montrer que le point G appartient à cette droite.
 - b. Combien le directeur peut-il prévoir de vacanciers dans son centre la dixième semaine d'ouverture ?
 - c. Au bout de combien de semaines le centre afficherait-il complet ?
Combien de personnes le directeur devrait-il refuser cette semaine-là ?

EXERCICE 2

13 points

Une agence de voyage va mettre en vente une nouvelle offre correspondant à un séjour d'une semaine de thalassothérapie en Bretagne. Le directeur de l'agence souhaite faire une étude afin de déterminer un prix de vente lui permettant de dégager un bénéfice.

Partie A : étude de la demande

Le directeur fait tout d'abord une enquête auprès de clients potentiels pour évaluer la demande en fonction du prix de vente proposé.

Le prix de vente du séjour, exprimé en milliers d'euros, est noté x .

Le nombre de séjours vendus est fonction du prix de vente unitaire. Il est modélisé par la fonction d définie par :

$$d(x) = -30x + 180,$$

pour tout x appartenant à l'intervalle $[1 ; 5,5]$.

1. Calculer le nombre de séjours qui seraient vendus si le prix de vente unitaire était fixé à 1,5 millier d'euros.
2. Quel serait alors le chiffre d'affaires réalisé ?

Partie B : étude du chiffre d'affaires

On note $f(x)$ le chiffre d'affaires réalisé, en milliers d'euros, lorsque le séjour est vendu x milliers d'euros.

1. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[1 ; 5,5]$, on a $f(x) = -30x^2 + 180x$.
2. On définit ainsi la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 5,5]$. On admet que f est dérivable sur cet intervalle, et on note f' sa fonction dérivée. Calculer $f'(x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[1 ; 5,5]$.
4. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 5,5]$.
5. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
$f(x)$										

6. Sur une feuille de papier millimétré, représenter la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 5,5]$ dans un repère orthogonal.

Unités graphiques :

- 1 cm pour 0,5 millier d'euros sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 20 milliers d'euros sur l'axe des ordonnées.

Partie C : étude des coûts et conclusion

Pour cette nouvelle offre de séjour en thalassothérapie, les coûts fixes s'élèvent, pour l'agence de voyage, à 75 milliers d'euros. De plus, chaque séjour vendu lui coûte 1,4 millier d'euros.

1. On suppose dans cette question que le directeur fixe à 1,5 millier d'euros le prix unitaire du séjour.
 - a. À l'aide de la question 1 de la partie A, justifier que le coût total de cette offre, pour l'agence de voyages, est de 264 milliers d'euros.
 - b. À l'aide de la partie B, justifier que, dans ce cas, l'agence ne réalise pas de bénéfice.
2. On modélise le coût total de cette offre pour l'agence (exprimé en milliers d'euros) en fonction du prix x du séjour (exprimé en milliers d'euros) par une fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 5,5]$.
 - a. Montrer que l'on peut modéliser ce coût total par la fonction C définie par :

$$C(x) = -42x + 327, \text{ pour tout } x \text{ appartenant à l'intervalle } [1 ; 5,5].$$

-
- b.** Représenter la fonction C sur l'intervalle $[1 ; 5,5]$ dans le repère de la question 6 de la partie B.
- c.** À quelles conditions l'agence réalisera-t-elle un bénéfice ? Expliquer la démarche mise en œuvre.