

∞ Baccalauréat de technicien hôtellerie Polynésie ∞
11 juin 2015

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

EXERCICE 1

9 points

Un club de vacances propose à ses clients de découvrir les plages du bassin d'Archachon au plus près de la nature, à cheval. Ils ont un seul choix possible parmi les options « **promenade de deux heures** », « **découverte d'une demi-journée** » et « **randonnée d'une journée** ». Ils peuvent également n'être intéressés par aucune de ces options.

Chaque vacancier remplit alors une fiche sur laquelle il indique son unique choix.

- Parmi les 600 vacanciers, 50 ne sont intéressés par aucune des options proposées ;
- 40 % des vacanciers sont des hommes ;
- 150 vacanciers ont choisi l'option « promenade de deux heures » et, parmi eux, 30 % sont des femmes ;
- 10 % des vacanciers intéressés par l'une des options ont choisi l'option « randonnée d'une journée », dont 30 hommes ;
- 10 hommes ne sont intéressés par aucune des options proposées.

1. Justifier qu'il y a 55 vacanciers qui ont choisi l'option « randonnée d'une journée ».
2. Compléter le tableau donné en annexe (à rendre avec la copie), à partir des données ci-dessus.
3. On prélève au hasard une fiche parmi celles complétées par les 600 vacanciers. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

On définit les évènements suivants :

A : « la fiche a été remplie par un vacancier ayant choisi l'option promenade de deux heures » ;

B : « la fiche a été remplie par un homme ».

- a. Calculer les probabilités des deux évènements A et B .
 - b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$. Calculer sa probabilité.
 - c. Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$. Calculer sa probabilité.
4. Maintenant, on prélève au hasard une fiche parmi celles complétées par les vacanciers intéressés par l'une des options.
Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.
Calculer la probabilité de l'évènement : « la fiche a été remplie par un homme n'ayant pas choisi l'option « randonnée d'une journée ».

EXERCICE 2

11 points

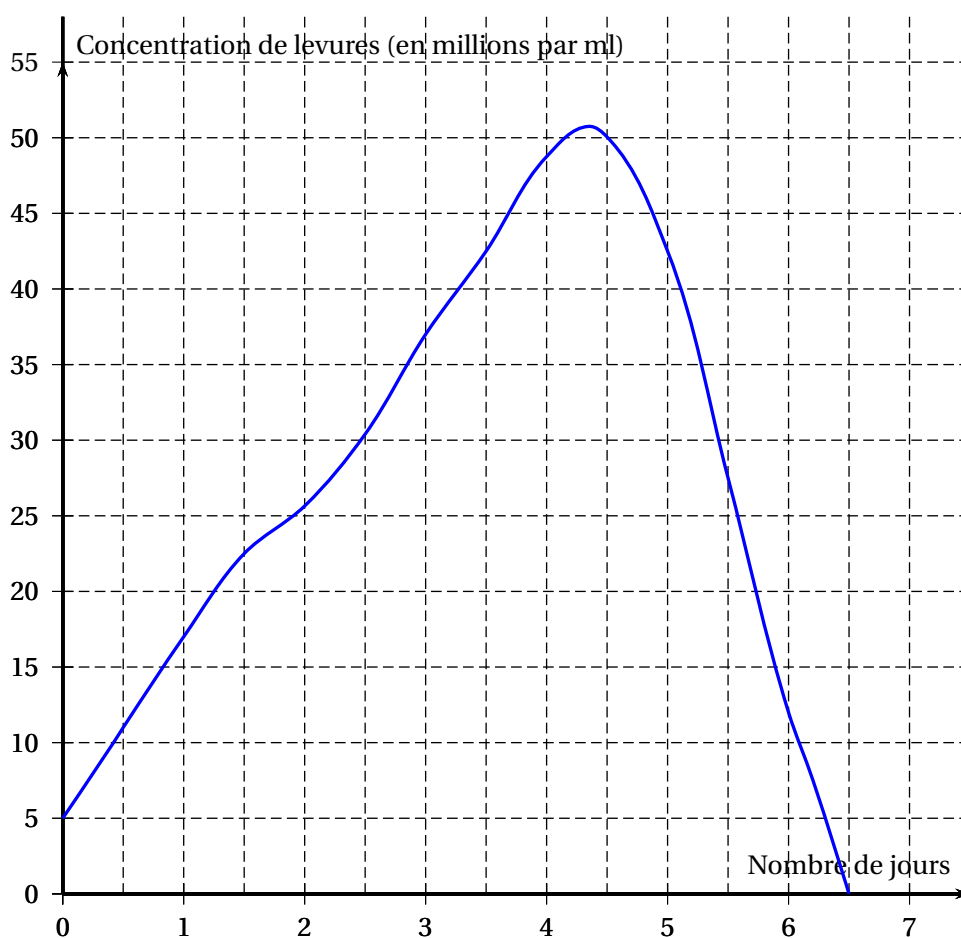
La levure est un ingrédient essentiel lors de la fabrication de la bière et dans la réussite d'un brassin (contenu de la cuve dans laquelle on brasse la bière).

L'activité des levures lors de la fabrication du brassin est caractérisée par les trois phases successives suivantes :

- **phase aérobie** : pendant les 10 premières heures, les levures se développent en présence d'oxygène ;
- **phase de fermentation alcoolique ou phase anaérobie** : les levures se reproduisent sans oxygène jusqu'à atteindre une concentration maximale. Elles sont alors en suspension dans le moût ;
- **phase de sédimentation** : les levures sédimentent progressivement au fond de la cuve. Leur concentration au coeur du brassin diminue jusqu'à s'annuler, ce qui marque la fin de cette phase.

Partie A

Le graphique ci-dessous est issu d'un relevé expérimental de mesures faites au coeur du brassin, donnant la concentration de levures (en millions par ml) en fonction du temps (en jours) :



À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Donner une estimation de la concentration de levures mesurée au coeur du brassin à la fin de la phase aérobie.
2. Donner une estimation, en jours et heures, du moment où la phase de fermentation alcoolique se termine. Quelle est alors la concentration de levures présentes au coeur du brassin ?
3. Au bout de combien de jours et d'heures peut-on estimer que la phase de sédimentation se termine ?

Partie B

On choisit de modéliser la situation précédente à l'aide de la fonction f définie sur $[0; 6,5]$ par :

$$f(x) = (-3,66x + 23,8)e^{0,5x} - 18,8$$

où x représente le temps (en jours) et $f(x)$ la concentration de levures au coeur du brassin (en millions par ml).

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; 6,5]$. Sa fonction dérivée est notée f' .

1. Étude du modèle

- a. Calculer $f'(x)$ et montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 6,5]$:

$$f'(x) = (-1,83x + 8,24)e^{0,5x}.$$

- b. Étudier le signe de $f'(x)$, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 6,5]$.
c. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 6,5]$.
d. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[5; 6,5]$.

À l'aide de la calculatrice, déterminer l'arrondi au dixième de α . Expliquer la démarche.

2. Application

Selon ce modèle :

- a. Déterminer, en jours et en heures, le moment où la concentration de levures mesurée au cœur du brassin est maximale. Quelle est alors la valeur de cette concentration maximale ?
b. Déterminer au bout de combien de jours et d'heures la concentration de levures mesurée au cœur du brassin est nulle.

Annexe à rendre avec la copie**Exercice 1 :**

Fiches	Intéressés par aucune des options	Intéressés par l'option « prome- nade »	Intéressés par l'option « décou- verte »	Intéressés par l'option « randon- née »	Total
Hommes				30	
Femmes					
Total	50				600