

⌘ Baccalauréat de technicien hôtellerie Métropole ⌘
juin 2012

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques
est autorisé.

EXERCICE 1

11 points

Pour un mariage, un traiteur souhaite proposer deux desserts à ses clients.

La réalisation du dessert A nécessite 10 € de matière première et 3 heures de fabrication, la réalisation du dessert B nécessite 20 € de matière première et 1,5 heures de fabrication.

Le traiteur dispose d'un budget pour les matières premières limité à 700 €, et il dispose d'au plus 120 heures de travail.

1. Soit x le nombre de desserts A proposés et y le nombre de desserts B proposés.

Expliquer pourquoi x et y satisfont le système d'inéquations suivants :

$$\begin{cases} x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \\ 10x + 20y & \leq 700 \\ 3x + 1,5y & \geq 120 \end{cases}$$

Vérifier que ce système peut s'écrire également :

$$(S) \begin{cases} x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \\ y & \leq -\frac{1}{2}x + 35 \\ y & \geq -2x + 80 \end{cases}$$

2. a. Tracer les droites suivantes sur le repère fourni en annexe à remettre avec la copie :

$$\begin{cases} D_1 : y & = -\frac{1}{2}x + 35 \\ D_2 : y & = -2x + 80 \end{cases}$$

- b. Calculer les coordonnées du point I , le point d'intersection entre D_1 et D_2 .
3. Déterminer graphiquement l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient le système (S) (On hachurera les parties du plan qui ne sont pas solutions).
4. Le traiteur peut-il proposer à ses clients 25 desserts A et 20 desserts B? 20 desserts A et 30 desserts B?
5. Les bénéfices réalisés par le traiteur sont de 6 € par dessert A et 8 € par dessert B.
- a. Expliquer pourquoi le bénéfice total b vérifie $b = 6x + 8y$.
- b. Tracer la droite d_{240} qui correspond à un bénéfice total de 240 €. Ce bénéfice est-il réalisable par le traiteur? Justifier votre réponse.

- c. Tracer la droite d_{400} qui correspond à un bénéfice total de 400 €. Ce bénéfice est-il réalisable par le traiteur ? Si oui, donner un exemple de répartition du nombre de desserts A et B permettant ce bénéfice. Si non, justifier la réponse.
- d. En déduire le nombre de desserts A et de desserts B à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal.

EXERCICE 2**9 points**

Une agence de voyage cherche à faire une campagne de promotion pendant les week-ends du printemps.

Elle veut mettre en vente des séjours : « Histoire et gastronomie au pays du foie gras ».

On appelle x le nombre de séjours vendus par l'agence.

Partie A

Le coût de production de ces séjours en euros, est donné par la fonction :

$$f(x) = 40x + \frac{1000}{x} \quad \text{sur l'intervalle } [2; 10]$$

1. On appelle f' la fonction dérivée de f . Déterminer $f'(x)$.
2. Vérifier que $f'(x) = \frac{40(x-5)(x+5)}{x^2}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f sur $[2; 10]$.
4. Pour combien de séjours le coût de production est-il minimum ? Préciser le coût minimal ainsi obtenu.

Partie B

Chaque séjour est vendu 110 euros.

On rappelle que le bénéfice net est la différence entre la recette et le coût de production.

1. Quel est le bénéfice net de l'agence si elle vend 3 séjours ?
2. Quel est le bénéfice net de l'agence si elle vend 7 séjours ?
3. On appelle $R(x)$, la recette en euros pour x séjours. Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
4.
 - a. Construire la courbe représentative \mathcal{C} de f dans un repère orthogonal tel que :
 - 1 cm représente une unité sur l'axe des abscisses ;
 - 1 cm représente 50 unités sur l'axe des ordonnées.
 - b. Tracer sur le même graphique la droite d d'équation : $y = 110x$.
5. À partir de combien de séjours vendus, l'agence est-elle bénéficiaire ? Justifier graphiquement les résultats.

ANNEXE**À remettre avec la copie****Pour l'exercice 1 question 2**