

∞ Baccalauréat Buenos Aires octobre 1950 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

I. 1^{er} sujet

Recherche (sans utilisation de la théorie des nombres premiers) des diviseurs communs à deux nombres : on raisonnera sur les nombres 726 et 1 386, à partir de la définition d'un diviseur commun.

I. 2^e sujet

Recherche (sans utilisation de la théorie des nombres premiers) des multiples communs à deux nombres : on raisonnera sur les nombres 821 et 525, à partir de la définition d'un multiple commun, et l'on indiquera tous les multiples communs inférieurs à 20 000.

I. 3^e sujet

Définition et recherche de la racine carrée d'un nombre à une approximation décimale donnée; on raisonnera sur le nombre $\frac{31}{17}$, dont on cherchera la racine carrée à 0,01 près.

(On admettra la règle de recherche de la racine carrée-d'un entier à une unité près.)

II

Dans un triangle ABC on désigne par O, H, G, ω le centre du cercle circonscrit, l'orthocentre, le centre de gravité, le centre du cercle passant par les milieux des côtés du triangle.

1. On considère le vecteur \overrightarrow{OS} , somme géométrique des vecteurs \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , et l'on projette orthogonalement cette somme sur le côté BC. Où se projette S?
Montrer que S est confondu avec H.
2. Montrer que le vecteur \overrightarrow{OS} est le triple du vecteur \overrightarrow{OG} ; en déduire la position relative des points O, G, H.
3. Préciser la disposition des points ω , O, G à l'aide de considérations analogues aux précédentes.
4. Montrer qu'un triangle ABC ayant sa droite OG ω H parallèle à BC (nous l'appellerons triangle T) a tout ses angles aigus et est caractérisé par l'une quelconque des relations suivantes :

$$\cos(B - C) = 2 \cos A, \quad \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = .3, \quad 2 \operatorname{tg} A = \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C.$$

5. B et C étant supposés fixes, montrer, en utilisant la deuxième des relations précédentes, que le lieu des sommets A des triangles T est une ellipse et préciser les éléments de cette ellipse.
6. Résoudre un triangle T, connaissant a et A; discuter.
Donner une construction géométrique du triangle et retrouver les résultats de la discussion précédente. Peut-on, aussi, faire un rapprochement avec le 1.?

N. B. - Pour les trois premières parties, les propriétés de la droite d'Euler ne doivent pas être utilisées, mais établies par la méthode proposée.

Question de cours, sur 10; problème, sur 20.