

∞ **Baccalauréat Buenos Aires février 1960** ∞
Série mathématiques

I. EXERCICE 1

Résoudre et discuter le système

$$\begin{cases} (m-1)x + 2y = m+5 \\ x + (m-1)y = m-1 \end{cases}$$

suivant les diverses valeurs du paramètre m .

I. EXERCICE 2

Condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction irréductible soit égale à une fraction décimale.

Application : existe-t-il une fraction décimale :

a. égale à $\frac{455}{130}$ b. égale à $\frac{264}{312}$?

I. EXERCICE 3

Équation de l'ellipse rapportée à ses axes de symétrie.

II.

On désigne par (E) une ellipse de centre O et de foyers F et F'.

A et A' sont les sommets de l'axe focal, B et B' ceux de l'axe non focal; (D) et (D') sont les directrices associées respectivement aux foyers F et F', H et H' leurs pieds sur l'axe focal.

On pose $OA = OA' = a$, $OF = OF' = c$, $OB = OB' = b$ et l'on désigne par e l'excentricité de l'ellipse.

Partie A

1. Calculer, en fonction de b seulement, la valeur du produit $FA \cdot FA'$.
2. Calculer, en fonction de e seulement, les valeurs des rapports $\frac{OF}{OA}$, $\frac{OF}{A'O}$, $\frac{FH}{OA}$, $\frac{FH}{A'O}$ et le \cos de l'angle $FA'FA'$.

Partie B

On considère, dans cette deuxième partie, les ellipses (E) qui ont un foyer F fixe et dont les sommets A' décrivent un cercle (C) passant par F. Dans le cas où le petit axe conserve une longueur constante $2b$ on demande de trouver :

1. le lieu géométrique du sommet A;
2. les enveloppes des tangentes à l'ellipse aux sommets A', A, B et B';
3. l'enveloppe de l'axe non focal de l'ellipse (E).
À cet effet, on cherchera à déduire, à l'aide d'une transformation simple, cette enveloppe de celle de la tangente au sommet A de l'ellipse (E).

Partie C

On considère, dans cette troisième partie C, les ellipses (E) qui ont un foyer F fixe, dont les sommets A' décrivent un cercle (C) fixe, de centre I, de rayon R, et ne passant pas par F.

Dans le cas où l'excentricité e des ellipses (E) reste constante et égale à $\frac{1}{2}$ on demande de trouver :

1. les lieux géométriques du centre O de l'ellipse, du sommet A , des pieds H et H' des directrices associées aux foyers F et F' ;
2. les lieux géométriques des sommets B et B' ;
3. les enveloppes des tangentes à l'ellipse (E) aux sommets A, A' , ainsi que les enveloppes de l'axe non focal et des deux directrices.