Baccalauréat STT CG - IG Antilles juin 2004

Coefficient 2 Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

Deux candidats A et B sont présents au second tour d'une élection. Sur les 600 électeurs il y a 320 hommes. 20 % des homes ont voté blanc ou nul ; il y a 73 femmes qui ont voté pour le candidat A ; il y a 42,5 % des électeurs qui ont voté pour le candidat B et il y a 118 votes blancs ou nuls. Les 600 personnes ont voté.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Vote / Sexe de l'électeur	Candidat A	Candidat B	Blancs ou nuls	Total
Hommes				320
Femmes	73			
Total			118	600

Pour la suite, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible puis arrondis sous forme décimale à 10^{-2} près.

2. On interroge au hasard une personne ayant voté.
Calculer la probabilité que cette personne ait voté pour le candidat B.

3. On interroge au hasard une électrique.
Calculer la probabilité qu'elle ait voté « blanc ou nul ».

4. On interroge au hasard une personne ayant voté pour le candidat A.
Calculer la probabilité que ce soit une femme.

EXERCICE 2 **6 points**

L'utilisation de deux feuiles de papier millimétré est nécessaire pour traiter cet exercice.
On a relevé de 1991 à 2000 les dépenses des ménages d'un pays, en achats de service.

année	1991	1992	1993	1994	195	1996	1997	1998	1999	2000
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	200	220	245	300	365	440	540	660	800	900

x représente le rang de l'année et z les dépenses en achats de service ; z est exprimé en milliers d'euro.

1. a. Dans un repère orthogonal représenter sur une feuille de papier millimétré le nuag e de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$.
— sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 1 ;
— sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente 100.

b. Peut-on de façon satisfaisante, envisager un ajustement affine ?

2. On pose $y = \ln z_i$ et on obtient le tableau suivant :

année	1991	1992	1993	1994	195	1996	1997	1998	1999	2000
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5,3	5,4	5,5	5,7	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,8

Dans un autre repère orthogonal représenter le nuage de points $P_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$

— sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 1 ;
— sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente 0,1.

On fait partir l'axe des ordonnées de 5.

3. On considère le point moyen G_1 des cinq premiers points $P_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ du nuage et le point moyen G_2 des cinq derniers points de ce même nuage.

a. Calculer les coordonnées des points G_1 et G_2.

b. Tracer la droite (G_1G_2).

c. Déterminer une équation de cette droite sous la forme $y = mx + p$ (m et p arrondis à 10^{-3} près).

4. On admettra que cette droite réalise un ajustement affine convenable du nuage de points $P_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

Déduire du **3. c.** une expression de z en fonction de x.

5. Quel est le montant prévisible des dépenses des ménages en achats de service en 2005 ?

On donnera le résultat en millions d'euro, arrondi à 10^{-3}.

PROBLÈME 10 points

L'utilisation d'une feuille de papier millimétré est nécessaire pour traiter ce problème.

Partie A

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$2x^2 - 5x + 2 = 0.$$

2. On pose, pour tout nombre réel x : $P(x) = -2x^2 + 9x - 7$.

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

b. Vérifier que pour tout réel x on a : $P(x) = (-2x + 7)(x - 1)$.

c. Déterminer, en fonction de x, le signe de $P(x)$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(2x^2 - 5x + 2\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. a. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. Vérifier que pour tout réel x, on a : $f(x) = 2\dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - 5\dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{2}{\mathrm{e}^x}$.

c. À l'aide de $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x}$, déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$, puis $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

Quelle interprétation graphique peut-on en faire ?

2. a. Calculer $f'(x)$, puis vérifier que $f'(x) = P(x)\mathrm{e}^{-x}$.

b. À partir du signe de $P(x)$, déterminé en **partie A**, déduire le signe de $f'(x)$.

Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Déduire du **1.** de la **partie A** les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = 0$; en déduire les coordonnées des deux points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (donner les valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.)

x	$-0,2$	0	0,5	1	2	3	3,5	4	5	6
$f(x)$										

5. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Unités graphiques :

— sur l'axe des abscisses 1 cm représente 1 ;

— sur l'axe des ordonnées 4 cm représentent 1.