∽ Baccalauréat STT C.G.–I.G. Antilles–Guyane ∾ septembre 2004

EXERCICE 1

Un « petit épargnant » place 1 500 € le 1er août 2002. À cette époque, le taux de placement à intérêts composés est de 3 % l'an.

1. **a.** Par quel nombre doit-on multiplier 1 500 afin d'obtenir la somme que cet épargnant aurait pu récupérer un an après ?

   b. Les sommes récupérables chaque année, les 1er août, forment une suite de nombres. Est-elle géométrique ou arithmétique ? Quelle est sa raison ?

   c. Cet épargnant espérait récupérer au août 2012 la somme ainsi placée avec ses intérêts.

   Quelle somme A pouvait-il espérer récupérer à cette date ? Quel aurait été alors le montant des intérêts en euro.

2. Mais le 1er août 2003, le gouvernement a décidé de baisser ce taux d'intérêts à 2,25 %.

   a. Calculer la somme que cet épargnant pourra récupérer le 1er août 2004.

   b. Supposons que ce taux d'intérêts composés de 2,25 % reste inchangé jusqu'au 1er août 2012, quelle somme B pourra-t-il récupérer ainsi à cette date ?

3. **a.** Quelle sera au 1er août 2012 la différence A − B en euro.

   b. Que représente en pourcentage cette différence par rapport au montant de l'intérêt espéré calculé à la question **1. c.**.

EXERCICE 2

Un promoteur étudie la construction d'une résidence composée de studios et de petits appartements. Il prévoit pour un studio une surface habitable de 30 m^2 et une fenêtre et espère le vendre 60 000 euros. Pour un petit appartement, il prévoit une surface habitable de 50 m^2 et 3 fenêtres et espère le vendre 120 000 euros.
Il veut que la residence ait au moins 20 logements.
Il dispose de 1 160 m^2 de surface habitable et 60 fenêtres. Par ailleurs, il se peut pas vendre plus de 15 studios. Le but de l'exercice est de déterminer le nombre x de studios et le nombre y de petits appartements que le promoteur doit construire pour réaliser an chiffre d'affaires maximal.

1. Déterminer on système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes du problème.

2. On se place dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité : 0,5 cm).

   Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ tels que :

$$\left\{\begin{array}{lcr} 0 \leqslant x & \leqslant & 15 \\ y & \geqslant & 0 \\ x+y & \geqslant & 20 \\ 3x+5y & \leqslant & 116 \\ x+3y & \leqslant & 60 \end{array}\right.$$

   On hachurera la partie du plan ne convenant pas.

3. **a.** Exprimer en fonction de x et de y le chiffre d'affaires C, exprimé en euro, correspondant à la vente de x studios et de y petits appartements.

   b. Déterminer l'équation de la droite Δ_C correspondant à un chiffre d'affaires C. On mettra cette équation sous la forme $y = ax + b$.

c. Tracer la droite Δ_C avec $C = 2\,160\,000$.

4. Déterminer à l'aide du graphique, en le justifiant, le nombre x de stufios et le nombre y de petits appartements à construire pour permettre au promoteur de réaliser un chiffre d'affaires maximal. Calculer ce chiffre d'affaires maximal.

PROBLÈME

Une entreprise veut lancer une nouvelle boisson haut de gamme. Elle va ainsi faire un essai dans les hypermarchés dune ville pendant un mois.
Pour ce faire, elle recrute en contrat à durée déterminée, à temps partiel, une « animatrice-démonstratrice » qu'elle paiera directement sans participation des hypermarchés.
Les capacités de production de l'entreprise, pour cet essai sur un mois, sont limitées à 1 500 boissons. Toutes les boissons produites sont vendues aux hypermarchés.

Partie A - Lecture graphique

Sur le graphique page suivante, pour tout entier naturel x sur l'intervalle $[0\,;\,1\,500]$, $C(x)$ est le coût dc production en euro pour x boissons produites, et $R(x)$ est la recette en euro pour x boissons vendues aux hypermarchés.
Les résultats lus graphiquement seront justifiés par des tracés sur l'annexe.

1. **a.** Donner la valeur de $C(0)$: que représente ce nombre ?

b. Pour quel nombre x de boissons produites, le coût de production est-il maximum ? Quel est ce coût ?

c. Dresser le tableau de variations de la fonction C pour x variant de 0 à 1 500.

d. Pour quel(s) nombre(s) de boissons produites le coût de production est-il égal à 1 250 ?

2. **a.** Pour quel nombre de boissons produites et vendues le bénéfice pour cette entreprise est-il nul ?

b. Pour quelles valeurs de x l'entreprise fera-t'elle un bénéfice ? Quel pourrait être, en euro, son bénéfice maximum ?

Partie B

1. Sachant que la recette est donnée par la fonction R définie pour tout x de l'ensemble $[0\,;\,1\,500]$ par : $R(x) = 1,5x$, quel est le prix payé par les hypermarchés pour une boisson ?

2. En fait, la fonction C représentée ici, est telle que pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,1\,500]$:

$$C(x) = \frac{-x^2}{1\,000} + 2x + 500.$$

a. Montrer que le bénéfice est donné par la fonction B définie pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,1\,500]$ par

$$B(x) = \frac{x^2}{1\,000} - 0,5x - 500.$$

b. On note B' la dérivée de B, calculer $B'(x)$.

c. Déterminer le signe de $B'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,1\,500]$.

d. Pour quel nombre de boissons produites et vendues l'entreprise réalise-t-elle une perte record ? Quelle est cette perte ?

Graphique