Baccalauréat STT C.G-I.G. Métropole 19 juin 2006

EXERCICE 1 **5 points**

Un traiteur prépare des gateaux pour une réception de 300 personnes. Il propose des tartelettes, des charlottes et des macarons, chacun pouvant être au chocolat ou à la framboise.
Sur les 300 gâteaux :

- 100 sont des charlottes, dont le quart au chocolat,
- 40 % sont des tartelettes, dont les deux cinquièmes sont au chocolat,
- trois huitièmes des macarons sont à la framboise.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Chocolat	Framboise	Total
Tartelettes			
Charlottes			
Macarons			
Total			300

2. Un invité choisit un gâteau au hasard.

L'évènement « le gâteau est à la framboise » est noté A.

L'évènement « le gâteau est un macaron » est noté B.

On donnera les résultats demandés sous forme décimale, arrondie au centième

a. Calculer $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$.

b. Exprimer par une phrase les évènements $\text{A} \cap \text{B}$ et $\text{A} \cup \text{B}$, puis calculer leurs probabilités.

Les évènements A et B sont-ils incompatibles ?

c. L'invité en question n'aime pas le chocolat.

Sachant qu'il va choisir un gâteau à la framboise, quelle est la probabilité que ce soit une tartelette ?

EXERCICE 2 **5 points**

Le tableau suivant donne l'évolution en fonction de l'année du budget publicitaire d'une entreprise, en dizaines de milliers d'euros.

Années	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Budget y_i	2	2,3	2,5	3	3,2	3,5	3,7	4,2

1. Dans un repère d'unité 2 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à cette série statistique (on prendra la feuille verticalement et l'axe des ordonnées sera placé sur le bord gauche du quadrillage).

2. Soit G_1 le point moyen associé aux quatre premiers points du nuage. Soit G_2 le point moyen associé aux quatre derniers points du nuage. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.

3. **a.** Placer G_1 et G_2 sur le dessin et tracer la droite (G_1G_2).

b. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).

4. On considère que cette droite permet un ajustement de cette série statistique.

a. Estimer à l'aide du graphique, le budget à prévoir pour l'année 2007 (faire apparaître les pointillés sur le graphique).

b. Calculer à partir de quelle année le budget devrait dépasser 60 000 euros.

PROBLÈME **10 points**

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax + b + \mathrm{e}^{-x},\ a \text{ et } b \text{ étant deux réels.}$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Calculer la dérivée $f'(x)$ pour tout réel x.
2. Sachant que la courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A$(-1\ ;\ \mathrm{e}-5)$ et que $f'(0) = 2$, vérifier que :
$$f(x) = 3x - 2 + \mathrm{e}^{-x},\ \text{pour tout réel } x.$$
Dans la suite du problème, on utilisera cette expression de $f(x)$.
3. Étudier la limite de f en $+\infty$.
4. Montrer que la droite Δ d'équation $y = 3x - 2$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.
5. On note f' la dérivée de f. Montrer que $f'(x) = 3 - \mathrm{e}^{-x}$ et étudier son signe.
6. Dresser le tableau de variations de f.
7. **a.** Compléter le tableau suivant, les valeurs étant arrondies au dixième.

x	-3	-2	-1	$-0,5$	0	1	2	3
$f(x)$								

b. Tracer $\mathscr{C}$ et Δ dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ en prenant comme unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées. On indiquera la tangente horizontale à la courbe $\mathscr{C}$.

8. **a.** Déterminer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

b. Calculer $\mathrm{I} = \displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$. Donner la valeur exacte puis l'arrondi au centième.