☙ Baccalauréat STT CG - IG Métropole ❧ septembre 2004

EXERCICE 1 **4 points**

On interroge 100 clients d'un hypermarché pour connaître leurs avis sur deux produits génériques A et B. Les résultats sont les suivants : tous les clients ont répondu, 20 clients sont satisfaits des deux produits, 35 clients sont satisfaits du produit A et 27 clients ne sont satisfaits que du produit B.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de personnes	Satisfaites de A	Non satisfaites de A	Total
Satisfaites de B			
Non satisfaites de B			
Total			100

2. On interroge un client au hasard. Dans chacun des cas suivants, calculer, en justifiant la réponse,la probabilité que ce client soit :

a. satisfait de B ;

b. satisfait de A seulement ;

c. non satisfait des deux produits ;

d. satisfait d'un seul produit ;

e. satisfait d'au moins un produit.

EXERCICE 2 **6 points**

Dans le tableau suivant figurent les données concernant les ventes annuelles, pendant six années consécutives, d'une entreprise spécialisée dans un seul type de produit.

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de ventes en milliers : v_i	2,6	4,3	8,2	11,1	23,4	30,0
$y_i = \ln(v_i)$	0,96					3,40

1. Recopier et compléter la dernière ligne du tableau (où ln désigne la fonction logarithme népérien) par les valeurs manquantes de y_i, arrondies au centième près.

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthonormal du plan (unité graphique 2 cm).

3. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.

4. Sur le graphique précédent, tracer la droite D d'équation : $y = \dfrac{1}{2}x + 1$.

Pour la suite, on admet que cette droite ajuste correctement le nuage de points.

5. Montrer que le nombre v_i de ventes en fonction du rang x_i de l'année est :

$$v_i = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}x_i}.$$

6. Donner une estimation du nombre de ventes, pour l'année de rang 6 (en admettant que la tendance observée entre l'année de rang 0 et l'année de rang 5 se poursuive).

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}.$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.
On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.

   b. En écrivant $f(x)$ sous la forme $f(x) = \dfrac{1}{x}[1+\ln(x)]$, déterminer la limite de f en 0.
   En déduire l'existence d'une deuxième asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.

2. **a.** Montrer que la dérivée de f sur $]0~;~+\infty[$ est définie par : $f'(x) = -\dfrac{\ln(x)}{x^2}$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur $]0~;~+\infty[$.

3. **a.** Résoudre sur $]0~;~+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.

   b. Recopier et compléter le tableau suivant (chaque valeur manquante sera donnée arrondie au centième)

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	2	4	8
$f(x)$			0					

   c. Représenter la courbe $(\mathscr{C})$ en prenant 2 cm pour unité graphique

4. **a.** Soit la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$F(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}[\ln(x)]^2.$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.

   b. Hachurer sur le graphique la partie du plan située entre la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = \dfrac{1}{\text{e}}$ et $x = 1$.

   c. Calculer, en cm^2, l'aire de la partie hachurée.