Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat STT novembre 2005 ∾
Comptabilité et Gestion - Informatique et Gestion
Nouvelle-Calédonie

EXERCICE 1 **4 points**

Soient deux dés cubiques notés D_1 et D_2 dont toutes les faces ont la même probabilité d'apparition.
Le dé D_1 a une face numérotée 1 et cinq faces numérotées 2.
Le dé D_2 a deux faces numérotées 1, une face numérotée 2 et trois faces numérotées 3.
On jette le dé D_1 puis le dé D_2 et on regarde le chiffre obtenu par chacun d'eux.
On appelle évènement élémentaire tout couple (a, b) de deux chiffres, où a est le chiffre apparu sur le dé D_1 et b le chiffre apparu sur le dé D_2.

1. Dresser un tableau à double entrée faisant apparaître les 36 couples possibles.
2. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   a. A : « deux faces portent le même numéro » ;
   b. B : « deux faces portent des numéros différents » ;
   c. C : « au moins une face porte le numéro 1 » ;
   d. E : « une des faces et une seule porte le numéro 3 ».
3. Calculer la probabilité des évènements $(C \cap E)$ et $(C \cup E)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 0,5 cm.
On donne deux droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $x+2y = 30$ et $2x+y = 30$

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du point I, intersection de ces deux droites.
2. Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient le système :

$$\left\{\begin{array}{l} x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \\ x+2y \geqslant 30 \\ 2x+y \geqslant 30 \end{array}\right.$$

   On hachurera la partie du plan qui ne convient pas.
3. Un cyclo-club désire acheter au moins un cuissard et au moins un coupe-vent pour équiper chacun de ses 60 adhérents.
   Le trésorier du club contacte deux fournisseurs.
   Le premier propose un lot A composé de 2 cuissards et 4 coupe-vent, au prix de 80 € ;
   Le second propose un lot B de 4 cuissards et 2 coupe-vent, au prix de 90 €.
   On désigne par x le nombre de lots A et y le nombre de lots B commandés par le trésorier.
   a. Justifier que le système de la question **2.** est un système d'inéquations traduisant les contraintes d'achat.
   b. Exprimer en fonction de x et de y la dépense d occasionnée par l'achat de x lots A et y lots B.

c. Tracer la droite (Δ) d'équation $80x+90y = 1\,800$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

d. En expliquant la méthode utilisée, déterminer graphiquement les valeurs de x et de y qui occasionnent la dépense minimale. Calculer alors cette dépense.

e. En déduire la somme restant à la charge du club dans le meilleur des cas si chaque adhérent verse 10 €.

PROBLÈME **11 points**

Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}.$$

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A :

1. **a.** Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

b. En déduire que la courbe $(\mathcal{C})$ admet deux asymptotes et donner leur équation.

2. Soit f' la dérivée de f sur $]0~;~+\infty[$.

a. Calculer $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Donner le tableau de variations de f sur $]0~;~+\infty[$.

3. **a.** Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point A d'abscisse 1.

b. Déterminer une équation de la tangente (T') à $(\mathcal{C})$ au point B d'abscisse e.

4. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant, pour chaque valeur de x, une valeur décimale approchée à 10^{-2} près de $f(x)$:

x	0,3	0,4	0,5	0,7	1	2	e	4
$f(x)$								

b. Construire (T) et (T'), les deux asymptotes puis la courbe $(\mathcal{C})$.

Partie B :

1. **a.** Soit h la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par $h(x) = 0,5[\ln x]^2$.

Montrer que h est une primitive de la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0~;~+\infty[$.

b. En déduire une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.

2. **a.** Calculer en cm^2, l'aire D du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \text{e}$.

b. Calculer en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par les droites d'équations $x = 1$, $x = \text{e}$, $y = 1$ et l'axe des abscisses.

c. En déduire, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$ et les droites d'équation $y = 1$, $x = 1$ et $x = \text{e}$.