Baccalauréat STT CG-IG Nouvelle-Calédonie novembre 2004

EXERCICE 1 **4 points**

Le personnel d'une entreprise est constitué de 180 femmes et de 200 hommes.
Afin d'appliquer la loi anti-tabac, on réalise une étude dans l'entreprise, sur le comportement des employés face au tabac.
Les résultats de l'étude indiquent que :
- Parmi les hommes la moitié fume régulièrement et 20 % sont des fumeurs occasionnels.
- Une femme sur trois fume régulièrement.
- Autant d'hommes que de femmes fument occasionnellement.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, en justifiant les calculs :

	Hommes	Femmes	Total
Fumeurs réguliers			
Fumeurs occasionnels	40		
Non fumeurs			140
Total			380

Dans les questions suivantes, tous les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On choisit au hasard une personne de l'entreprise. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

   a. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   A : « la personne choisie est non fumeur ».
   B : « la personne choisie est une femme ».

   b. Définir, à l'aide d'une phrase, l'évènement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.

   c. Définir. à l'aide d'une phrase, l'évènement $A \cup B$, puis calculer sa probabilité.

EXERCICE 2 **6 points**

Partie A

Sur la feuille annexe 1, (à rendre avec la copie) dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on a construit les droites D et D′ d'équations respectives :

$$\left\{\begin{array}{lrcl} D: & 2x+y & = & 24 \\ D': & 2x+3y & = & 36. \end{array}\right.$$

1. Calculer les coordonnées du point I, intersection des droites D et D'.
2. Hachurer sur la feuille annexe 1, l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ vérifient :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0 \\ 0 \leqslant & y & \leqslant 9 \\ 2x+y & \leqslant & 24 \\ 2x+3y & \leqslant & 36 \end{array}\right.$$

Partie B

Un artisan fabrique des portes de placard. Les unes sont en hêtre, les autres sont en chêne.
En raison de contraintes liées à l'approvisionnement, cet artisan ne peut produire plus de 9 portes en chêne par semaine.
La fabrication d'une porte en hêtre dure 4 heures et nécessite 2 m^2 de bois. Celle d'une porte en chêne dure 2 heures et nécessite 3 m^2 de bois.
L'artisan ne travaille pas plus de 48 heures par semaine et il ne peut pas entreposer plus de 36 m^2 de bois dans son atelier.
Soit x le nombre de portes en hêtre fabriquées et y le nombre de portes en chêne fabriquées par semaine (x et y sont des nombres entiers).

1. Déterminer, en justifiant les réponses, le système d'inéquations traduisant les contraintes de la production hebdomadaire de l'artisan.
2. Utiliser le graphique réalisé dans la **partie A** pour répondre aux questions suivantes :
   - **a.** Si l'artisan produit 3 portes en hêtre, combien de portes en chêne peut-il fabriquer ?
   - **b.** Si l'artisan produit 5 portes en chêne, combien de portes en hêtre peut-il fabriquer ?
3. L'artisan fait un bénéfice de 30 € sur une porte en hêtre et un bénéfice de 20 € sur une porte en chêne.
   - **a.** Exprimer en fonction de x et de y le bénéfice total réalisé, lorsque x portes en hêtre et y portes en chêne sont vendues.
     On admet que la droite Δ d'équation $3x+2y = 18$ contient les points dont les coordonnées correspondent à un bénéfice de 180 €.
     Construire la droite Δ sur le graphique de la feuille annexe 1.
   - **b.** Déterminer graphiquement te nombre de portes de chaque sorte à fabriquer par semaine, pour que le bénéfice soit maximal. Expliquer la méthode suivie.
   - **c.** Quel est, alors, ce bénéfice en euros ?

PROBLÈME **10 points**

Partie 1. Étude graphique

Sur la feuille annexe 2, on a construit une portion de la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.
On suppose que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.
Soit A le point de coordonnées (1 ; −4). La droite (OA) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

1. En utilisant le graphique, donner un encadrement de $f(-3)$ par deux entiers consécutifs.
2. Par lecture graphique il semblerait que la courbe $\mathscr{C}$ ait une droite asymptote au voisinage de moins l'infini.
   Quelle serait alors son équation ?
3. Déterminer graphiquement le nombre dérivé $f'(0)$.

Partie 2. Étude de la fonction f.

La fonction f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 6\mathrm{e}^{x} + 5.$$

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = \text{e}^{2x}\left(1 - \dfrac{6}{\text{e}^{x}} + \dfrac{5}{\text{e}^{2x}}\right)$.

   En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$.
3. Les réponses aux questions précédentes permettent-elles de confirmer l'observation faite à la question **2.** de la **partie 1** ? Justifier votre réponse.
4. **a.** Montrer que pour tout réel x, $f(x) = 2\text{e}^{x}\left(\text{e}^{x} - 3\right)$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$.

   c. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$, puis dresser le tableau de variations de f.

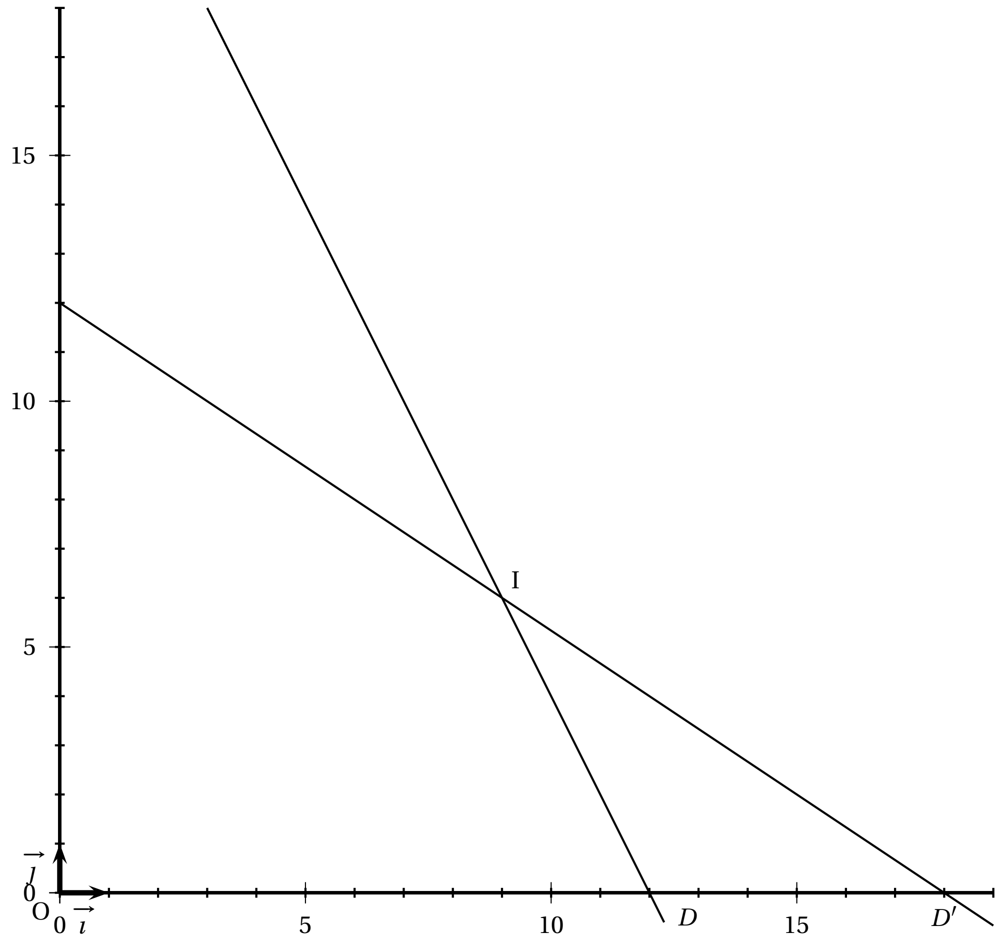
Partie 3 Calcul d'aire

1. Démontrer quo la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = \frac{1}{2}\text{e}^{2x} - 6\text{e}^{x} + 5x$$

   est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Hachurer, sur le graphique de la feuille annexe 2, la partie $\mathscr{E}$ du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 0$.
3. Calculer en cm^2 la valeur exacte de l'aire de $\mathscr{E}$ puis sa valeur approchée arrondie au centième.

Feuille annexe 1
à rendre avec la copie



Feuille annexe 2
à rendre avec la copie

Courbe $\mathscr{C}$ représentation graphique de la fonction f