


Baccalauréat STT CG–IG Polynésie

juin 2004

Exercice 1

4 points

Les parents de Paul et Carine ont hérité d'une somme de 5 000 euros qu'ils offrent en deux parts égales à leurs enfants : chacun reçoit 2 500 euros.

Paul place la totalité de sa part sur un livret A au taux de 3,5 % par an à intérêts composés.

Carine place 1 400 euros sur un livret B à 6 % par an à intérêts composés et le reste chez elle, dans sa tirelire.

On suppose que les deux enfants ne font plus désormais ni retrait ni versement. Les résultats seront donnés à l'euro près.

1. On note S_n le capital de Paul au bout de n années.
Calculer S_1, S_2, S_3 .
(S_n) est une suite géométrique, exprimer S_n en fonction de n .
2. On note T_n le capital total (livret et tirelire) de Carine au bout de n années.
Calculer T_1, T_2, T_3 .
Exprimer T_n en fonction de n .
3. Recopier et compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8
S_n								
T_n								

4. En déduire, en fonction du nombre d'années, qui de Paul ou Carine fait le meilleur placement.

Exercice 2

4 points

Un sondage est effectué auprès d'un échantillon de 1 200 personnes consommant de l'eau plate ou de l'eau gazeuse. Parmi les personnes interrogées, on distingue trois catégories socioprofessionnelles :

- la catégorie A : les cadres et les professions libérales ;
- la catégorie B : les artisans, commerçants et agriculteurs ;
- la catégorie C : les ouvriers, employés et autres.

22 % des personnes interrogées appartiennent à la catégorie B.

45 % des personnes interrogées consomment de l'eau gazeuse.

Parmi les personnes consommant de l'eau gazeuse, 310 appartiennent à la catégorie C et 120 à la catégorie B.

Parmi les consommateurs d'eau plate, 180 appartiennent à la catégorie C.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Catégorie A	Catégorie B	Catégorie C	Total
Eau gazeuse				
Eau plate				
Total				

Les résultats des questions suivantes seront donnés sous forme décimale, arrondie à 0,01.

2. On interroge une personne au hasard dans l'échantillon des 1 200 consommateurs d'eau.
 - a. Calculer la probabilité p_1 qu'elle appartienne à la catégorie A.
 - b. Calculer la probabilité p_2 qu'il s'agisse d'une personne de la catégorie B consommant de l'eau plate.

Problème**12 points**

L'objectif du problème est l'étude d'une fonction et son utilisation pour la résolution d'un problème lié à l'économie.

Partie A - Étude d'une fonction

Soit la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{8 \ln x}{x}.$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , unité graphique : 1 cm.

1. Sur l'intervalle $]0; +\infty[$, donner les valeurs de x pour lesquelles $\ln x < 1$.
2. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en 0. En déduire les asymptotes à la courbe \mathcal{C}_f .
3. Vérifier que $f'(x) = 8 \left(\frac{1 - \ln x}{x^2} \right)$ (détailler les étapes du calcul).
4. En utilisant les réponses aux questions 1., 2. et 3., dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. Déterminer le maximum de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
5. a. Déterminer le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.
b. Recopier et compléter le tableau suivant à l'aide de valeurs décimales arrondies à 0,1 près.

x	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$											

- c. Tracer la tangente (T) et la courbe \mathcal{C}_f sur l'intervalle $]0; 10]$.
- d. Déterminer la dérivée g' de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = (\ln x)^2$. En déduire une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
6. Calculer la valeur, exprimée en cm^2 , de l'aire de la partie limitée par la courbe \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Partie B - Application économique

La variable x représente le nombre de tonnes de produit qu'une entreprise peut fabriquer en un mois.

On suppose que toute la production mensuelle est vendue.

Le bénéfice réalisé pendant ce mois de production, exprimé en milliers d'euros, est $f(x)$ où f est la fonction étudiée en partie A, c'est-à-dire $f(x) = \frac{8 \ln x}{x}$.

1. Quel est le bénéfice maximal que l'entreprise peut réaliser en un mois ?
Donner la quantité x de produit fabriqué, arrondie au kg, correspondant à ce bénéfice maximal.
2. a. On note $R(x)$ la recette, exprimée en milliers d'euros, résultant de la vente de x tonnes du produit au tarif de 4 000 € la tonne. Justifier que $R(x) = 4x$.
b. Dans le cas du bénéfice mensuel maximal, calculer le pourcentage que représente ce bénéfice par rapport à la recette du mois.
3. a. Quelle relation existe-t-il entre la recette mensuelle $R(x)$, le bénéfice mensuel $f(x)$ et le coût mensuel noté $C(x)$ exprimé en milliers d'euros ?
b. Donner le coût mensuel correspondant au bénéfice maximal (donner la valeur exacte).