

⌘ Baccalauréat STT CG-IG Pondichéry ⌘
31 mars 2005

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

5 points

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

On répondra sur la copie par VRAI ou FAUX aux affirmations suivantes, en notant le numéro de la question.

On ne demande pas de justification.

Barème :

0,5 point par réponse juste et $-0,25$ par réponse inexacte. En cas de total négatif, celui-ci est ramené à 0.

1. L'équation $(\ln x)^2 + \ln x = 4$ n'admet pas de solution dans l'intervalle $]0; +\infty[$.
2. $\ln(2^2) + \ln \sqrt{2} - \ln 16 = -\frac{3}{2} \ln 2$.
3. L'inéquation $1 - \ln x \geq 0$ admet pour ensemble de solutions l'intervalle $[e; +\infty[$.

Partie B

À l'occasion de la naissance de leur petite-fille des grands-parents font un placement à intérêts composés sur un livret d'épargne. Le 1^{er} janvier 2005 une somme de 3 000 euros est déposée. Le taux d'intérêt est de 2,5 % l'an.

Cette somme reste sur le livret d'épargne pendant de nombreuses années et on suppose que le taux d'intérêt reste fixe au cours des années.

On appelle C_0 le capital initial au 1^{er} janvier 2005. Nous avons alors $C_0 = 3000$.

1. Calculer C_1 et C_2 . On arrondira C_2 au centime d'euros près.
2. Exprimer le capital C_n acquis le 1^{er} janvier de l'année $(2005 + n)$ en fonction de C_0 et de n .
3. Calculer au bout de combien d'années la petite fille disposera d'au moins 5 000 euros (On sera amené à résoudre une inéquation).

EXERCICE 2

5 points

Lors d'une course cycliste comportant deux étapes, 200 coureurs sont engagés au départ. Dans ce peloton, 15 % des coureurs dont 10 Français ont moins de 25 ans et participent au classement du meilleur jeune. L'organisation constate que 80 % du peloton est formé de coureurs étrangers.

1. Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Jeunes coureurs de moins de 25 ans	Coureurs de 25 ans ou plus	Total
Coureurs français			
Coureurs étrangers			
Total			200

2. À l'arrivée de la course, le peloton est réduit à 147 unités dont 25 jeunes de moins de 25 ans. Pour comparer les performances des jeunes coureurs par rapport à l'ensemble du peloton, calculer :

- Le taux en pourcentage des abandons des jeunes coureurs entre le départ de la première étape et l'arrivée de la course.
- Le taux en pourcentage des abandons des coureurs de 25 ans ou plus entre le départ de la première étape et l'arrivée de la course.

Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Conclure.

3. Dans le cadre de la lutte antidopage, un coureur est tiré au hasard à l'arrivée de la première étape pour passer un contrôle. Aucun abandon n'a été enregistré lors de la première étape.
 - a. Quelle est la probabilité que le coureur contrôlé soit :
Un jeune ? Un jeune Français ?
 - b. Calculer la probabilité que le coureur contrôlé soit un coureur étranger ou un coureur de 25 ans ou plus.
 - c. Le coureur contrôlé est tiré parmi les jeunes coureurs de moins de 25 ans. Quelle est la probabilité que ce coureur soit français ?

PROBLÈME

10 points

Les parties B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On étudie le taux d'équipement en micro-ordinateurs connectés à internet des ménages français. Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	0	1	2	3	4
Taux y_i en pourcentage	10	17	25	32	40

1. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ associé à cette série statistique. On prendra 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 10 % sur l'axe des ordonnées. L'origine du repère sera prise dans le coin gauche de la feuille de papier millimétré.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points obtenu puis le placer sur le graphique. En raison de l'allure du nuage de points, nous décidons d'effectuer deux ajustements successifs en vue de faire des prévisions.

Partie B : ajustement affine

On choisit pour ajustement affine du nuage de points la droite Δ d'équation $y = 7,4x + 10$.

1. Tracer la droite Δ dans le repère précédent.
2. Montrer par le calcul que le point moyen G appartient à la droite Δ .
3. a. Évaluer graphiquement, en faisant apparaître tous les tracés utiles, l'année à partir de laquelle au moins 75 % des ménages seront équipés en micro-ordinateurs connectés à internet.
b. Retrouver ce résultat par le calcul, en utilisant l'équation de la droite Δ .

Partie C : ajustement logistique

On choisit pour ajustement du nuage de points la courbe représentant sur le graphique précédent la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{10}{0,1 + e^{-0,5x}}$$

1. Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. Soit f' la fonction dérivée de f sur $[0 ; +\infty[$.
 - a. Montrer que $f'(x) = \frac{5e^{-0,5x}}{(0,1 + e^{-0,5x})^2}$.
 - b. Déterminer le signe de f' sur $[0 ; +\infty[$ puis dresser le tableau des variations de f .
3. a. Après l'avoir recopié, compléter le tableau de valeurs ci-dessous en donnant les valeurs arrondies à 0,1 près.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6	7
$f(x)$												

- b. Tracer la courbe représentative \mathcal{C} de f sur le graphique précédent.
4. a. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 75$.
 - b. On rappelle que, pour x entier représentant le rang de l'année, $f(x)$ représente le taux en pourcentage d'équipement en micro-ordinateurs connectés à internet des ménages français.
Interpréter le résultat du 4. a.