

∞ Baccalauréat STT CG-IG La Réunion ∞
septembre 2004

EXERCICE 1

4 points

On interroge 100 clients d'un hypermarché pour connaître leurs avis sur deux produits génériques A et B. Les résultats sont les suivants : tous les clients ont répondu. 20 clients sont satisfaits des deux produits. 35 clients sont satisfaits du produit A et 27 clients ne sont satisfaits que du produit B.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de personnes	satisfaites de A	non satisfaites de B	Total
Satisfaites de B			
Non satisfaites de B			
Total			100

2. On interroge un client au hasard. Dans chacun des cas suivants, calculer, en justifiant la réponse, la probabilité que ce client soit :
- satisfait de B
 - satisfait de A seulement ;
 - non satisfait des deux produits ;
 - satisfait d'un seul produit ;
 - satisfait d'au moins un produit.

EXERCICE 2

6 points

Dans le tableau suivant figurent les données concernant les ventes annuelles, pendant six années consécutives, d'une entreprise spécialisée dans un seul type de produit.

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de ventes en milliers : v_i	2,6	4,3	8,2	11,1	23,4	30,0
$y_i = \ln(v_i)$	0,96					3,40

- Recopier et compléter la dernière ligne du tableau (où \ln désigne la fonction logarithme népérien) par les valeurs manquantes de y_i arrondies au centième près.
- Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthonormal du plan (unité graphique 2 cm).
- Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.
- Sur le graphique précédent, tracer la droite D d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$.
Pour la suite, on admet que cette droite ajuste correctement le nuage de points.
- Montrer que le nombre v_i de ventes en fonction du rang x_i de l'année est :

$$v_i = e^{1 + \frac{1}{2}x_i}.$$

- Donner une estimation du nombre de ventes, pour l'année de rang 6 (en admettant que la tendance observée entre l'année de rang 0 et l'année de rang 5 se poursuive).

PROBLÈME

10 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$$

où \ln désigne la fonction logarithme népérien.

On appelle (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère ortho-normal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe (\mathcal{C}) .
- b. En écrivant $f(x)$ sous la forme $f(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln(x))$, déterminer la limite de f en 0.
En déduire l'existence d'une deuxième asymptote à la courbe (\mathcal{C}) .
2. a. Montrer que la dérivée de f sur $]0; +\infty[$ est définie par : $f'(x) = -\frac{\ln(2x)}{x^2}$.
- b. Étudier le signe de $f(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$.
3. a. Résoudre sur $]0; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.
- b. Recopier et compléter le tableau suivant (chaque valeur manquante sera donnée arrondie au centième)

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	2	4	8
$f(x)$			0					

- c. Représenter la courbe (\mathcal{C}) en prenant 2 cm pour unité graphique.
4. a. Soit la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}[\ln(x)]^2$.
Montrer que F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
- b. Hachurer sur le graphique la partie du plan située entre la courbe (\mathcal{C}) , l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = \frac{1}{e}$ et $x = 1$.
- c. Calculer, en cm^2 , l'aire de la partie hachurée.