

∞ Baccalauréat STT CG - IG Antilles juin 2005 ∞

Coefficient 2

Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

5 points

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte.

Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point; une réponse inexacte enlève 0,5 point; l'absence de réponse est comptée 0 point.

Si le total est négatif la note est ramenée à 0.

1. A et B désignent deux évènements associés à une expérience aléatoire.

On sait que $p(A) = 0,25$, $p(B) = 0,6$ et $p(A \cup B) = 0,7$.

$p(A \cap B)$ est alors égale à :

A. 0,35 B. 0,85 C. 0,15

2. Si le prix d'un article passe de 10 € à 20 € le prix de cet article a augmenté de :

A. 50 % B. 100 % C. 10 %

3. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et de premier terme $u_1 = 10$.

Alors u_1 est égal à :

A. 1,25 B. 12 C. 0,625

4. Pour tout réel x strictement positif, $\ln x < 1$ équivaut à :

A. $0 < x < e$ B. $x > 1$ C. $0 < x < 1$

5. Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = x - 1 + e^{-x}$. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

A. $1 - e$ B. $1 + e$ C. $1 - \frac{1}{e}$

EXERCICE 2

5 points

Une médiathèque dispose de 1 500 titres différents. Chaque titre est présenté soit sur un support CD, soit sur un support DVD. Les 1 500 titres sont classés en trois catégories : les nouveautés qui datent de moins de 3 mois, les titres récents qui ont entre 3 mois et un an, les titres anciens qui datent de plus de un an.

De plus, parmi les 1 500 titres proposés, il y a :

- 10 % de nouveautés;
- 25 % de DVD;
- 10 % de DVD anciens;
- 500 titres récents;
- 70 % des nouveautés qui sont des CD.

1. Reproduire et compléter ce tableau d'effectifs :

	DVD	CD	Totaux
Nouveautés			
Titres récents			
Titres anciens			
Totaux			

Dans toute la suite de l'exercice toutes les probabilités seront données sous forme décimale arrondie à 10^{-2} près.

2. On choisit un titre au hasard dans la médiathèque.

a. Quelle est la probabilité des événements suivants :

- E : « Ce titre est un titre récent »;
- F : « Ce titre est un CD »;
- G : « Ce titre est un CD récent »;
- H : « Ce titre n'est pas une nouveauté »?

b. Quelle est la probabilité de l'évènement : « Ce titre est un titre récent ou un CD »?

3. Un titre est choisi au hasard parmi les anciens. Quelle est la probabilité que ce soit un DVD?

PROBLÈME

10 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x + \frac{4}{1 + e^x}.$$

On désigne par \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer les limites en $+\infty$ et $-\infty$ de la fonction f .

2. a. On désigne par f' la fonction dérivée de f .

Montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = \left(\frac{1 - e^x}{1 + e^x}\right)^2$.

b. En déduire le sens de variations de f sur \mathbb{R} et dresser le tableau de variations de f .

3. a. Montrer que la droite \mathcal{D} d'équation $y = x$ est asymptote à \mathcal{C} en $+\infty$.

Étudier la position de \mathcal{C} par rapport à \mathcal{D} .

b. On admet que la droite \mathcal{D}' d'équation $y = x + 4$ est asymptote à \mathcal{C} en $-\infty$.

Étudier la position de \mathcal{C} par rapport à \mathcal{D}' .

c. Sur le graphique fourni en annexe, préciser les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' et tracer la courbe \mathcal{C} .

Partie B

1. Montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{1 + e^x}$.

2. En déduire que la fonction F définie sur \mathbb{R} par :

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 4x - 4 \ln(1 + e^x)$$

est une primitive sur \mathbb{R} de f .

3. a. Calculer $f(-1)$. En déduire le signe de f sur l'intervalle $[-1 ; 1]$.
- b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en cm^2 , du domaine du plan compris entre \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = -1$ et $x = 1$.

ANNEXE

