Baccalauréat STT C.G-I.G. Métropole juin 2005

EXERCICE 1

Dans un pays tropical, une région agricole compte 100 000 agriculteurs qui produisent soit du coton, soit du café, soit des fruits et légumes selon la répartition suivante :
• 42 % des agriculteurs produisent du coton ;
• 19 % produisent du café ;
• 39 % produisent des fruits et légumes.
De plus :
• 75 % des agriculteurs travaillent pour l'exportation, les autres pour la consommation locale ;
• 86 % des producteurs de coton et tous les producteurs de café travaillent pour l'exportation.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Production / Destination	Coton	Café	Fruits, légumes	Total
Exportation				
Consommation locale				
Total				

Les probabilités seront données sous forme décimale, arrondies si nécessaire à 10^{-4}.

2. On choisit au hasard un agriculteur de cette région et on considère les évènements :
C : « il produit du coton » ;
E : « il travaille pour l'exportation ».
   a. Traduire par une phrase les évènements $C \cap E$, $C \cup E$ et $A = \overline{C \cup E}$.
   b. Calculer les probabilités $P(C)$, $P(E)$, $P(C \cap E)$, $P(C \cup E)$ et $P(A)$.
3. On choisit au hasard un agriculteur travaillant pour l'exportation.
Quelle est la probabilité qu'il produise du café ?

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
On considère la figure représentée en annexe 1 et on appelle $\mathscr{D}$ la partie hachurée, bords compris.
On admettra que :
la droite (CD) a pour équation $y = 40 - x$, et que la droite (AD) a pour équation
$y = -\dfrac{5}{3}x + 50$.
Une entreprise veut faire transporter par bateaux au moins 300 véhicules et 400 tonnes de matériel.
Le transporteur maritime auquel elle s'adresse dispose :
• de 30 bateaux de type A, susceptibles chacun de transporter 10 véhicules et 10 tonnes de matériel ;
• de 35 bateaux de type B, susceptibles chacun de transporter 6 véhicules et 10 tonnes de matériel.
On note x le nombre de bateaux de type A et y le nombre de bateaux de type B à affréter pour effectuer ce transport.

1. **a.** Traduire les informations ci-dessus par un système d'inéquations.
   b. Montrer que ce système caractérise la partie $\mathscr{D}$.
2. Le coût d'affrètement d'un bateau de type A est de 10 000 € et celui d'un bateau de type B de 7 500 €.
Soit C le coût total d'affrètement de x bateaux A et y bateaux B.
   a. Exprimer C en fonction de x et de y.

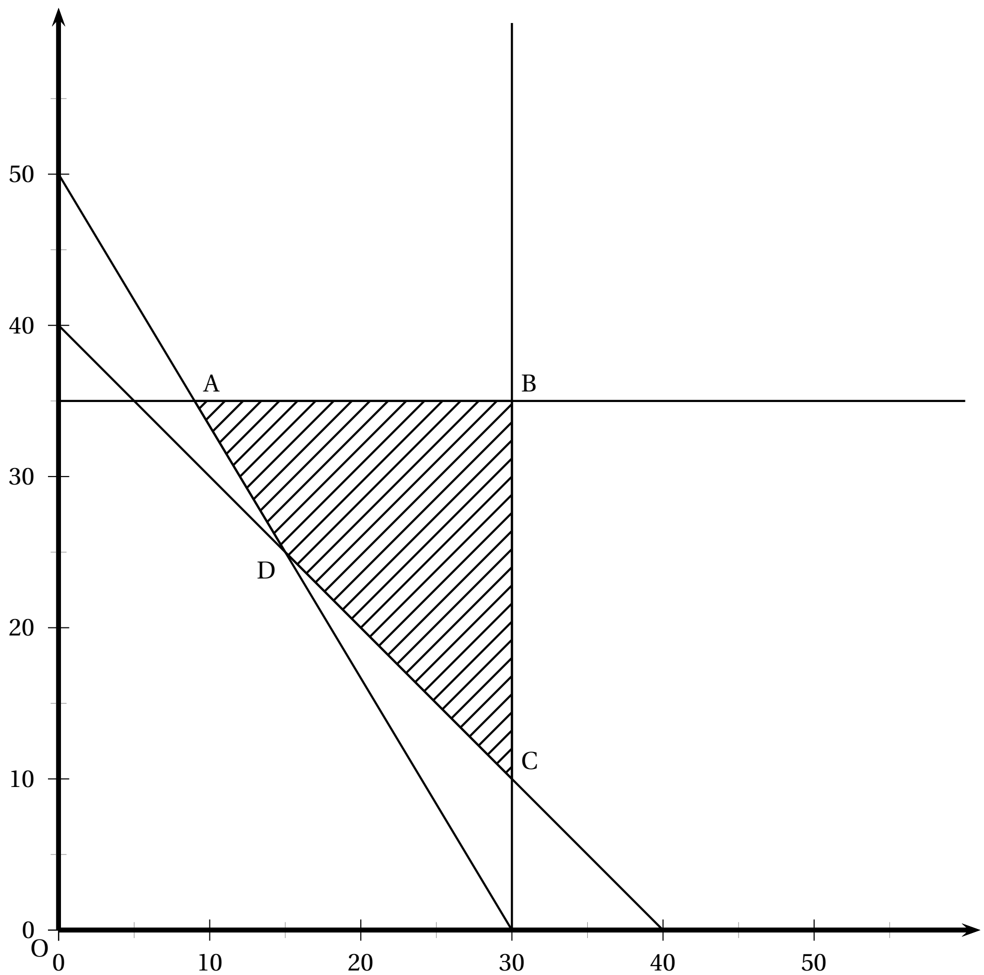
b. Déterminer une équation de la droite (d) correspondant à un coût total de 450 000 € et représenter (d) dans la figure tracée sur **l'annexe 1**.

c. Déterminer graphiquement le couple d'entiers $(x\ ;\ y)$ qui permet d'assurer le transport pour un coût minimum et calculer ce coût. On justifiera la démarche.

ANNEXE 1

Les points A, B, C, D, ont pour coordonnées :

A(9 ; 35) ; B(30 ; 35) ; C(30 ; 10) ; D(15 ; 25)



PROBLÈME

Le plan est rapporté à un repère orthonormal d'unité 2 cm sur chaque axe.
La courbe $(\mathscr{C})$ donnée en annexe 2 représente une fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$.
Le point A a pour coordonnées (1 ; 2).
La droite (T) est tangente en A à $(\mathscr{C})$; elle passe par le point de coordonnées (0 ; 6).
Le point B a pour abscisse e^2.
La tangente à $(\mathscr{C})$ en B est parallèle à $(\mathrm{O}x)$, cette tangente n'est pas tracée sur le dessin.

Partie A : Étude de la fonction f

La fonction f représentée par $(\mathscr{C})$ est définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2 - 2\ln x}{x}.$$

1. Calculer l'abscisse du point d'intersection de $(\mathscr{C})$ avec (Ox).

2. a. En remarquant que $f(x) = 2 \times \dfrac{1}{x} - 2 \times \dfrac{\ln x}{x}$, calculer la limite de f en $+\infty$.

b. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$?

3. En remarquant que $f(x) = \dfrac{1}{x}(2 - 2\ln x)$, calculer la limite de f en 0.

Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$?

a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{2\ln x - 4}{x^2}$.

b. Résoudre : $2\ln x - 4 \geqslant 0$.

En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0~;~+\infty[$ et le tableau de variations de f.

c. Donner l'ordonnée exacte du point B (détailler les calculs).

Partie B : Calcul d'aire

1. On considère les fonctions G et g définies respectivement sur $]0~;~+\infty[$ par

$$D(x) = (\ln x)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{2\ln x}{x}$$

a. Montrer que G est une primitive de g sur $]0~;~+\infty[$.

b. Vérifier que $f(x) = \dfrac{2}{x} - g(x)$; en déduire une primitive F de f sur $]0~;~+\infty[$.

2. On pose : $\mathscr{A} = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a. $\mathscr{A}$ est l'aire, en unités d'aire, d'un domaine $(\mathscr{D})$: hachurer $(\mathscr{D})$ sur le graphique.

b. Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$.

c. En déduire l'aire en cm^2 du domaine $(\mathscr{D})$.

Annexe 2