Durée : 3 heures

Baccalauréat STT novembre 2006
Comptabilité et Gestion - Informatique et Gestion
Nouvelle-Calédonie

EXERCICE 1 **4 points**

M. Logexpo, professeur de mathématiques, fait passer l'oral de rattrapage du baccalauréat, série STT comptabilité gestion. Il a préparé huit exercices classés en deux catégories qui abordent les notions mathématiques suivantes :
1$^{\text{re}}$ catégorie
exercice 1 : fonction f de type logarithme ;
exercice 2 : fonction g de type logarithme ;
exercice 3 : fonction exponentielle ;
exercice 4 : fonction rationnelle.
2$^{\text{e}}$ catégorie
exercice A : probabilités ;
exercice B : programmation linéaire ;
exercice C : statistiques à une variable ;
exercice D : statistiques à deux variables.

Un élève qui passe l'oral de rattrapage de mathématiques avec M. Logexpo doit tirer au sort un exercice de chaque catégorie. Tous les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.

1. Compléter l'arbre qui se trouve en annexe 1.
2. Un sujet est composé de deux exercices un exercice de chaque catégorie. Combien y-a-t-il de sujets différents possibles ?
3. Chaque sujet ayant la même probabilité d'être tiré au sort, calculer la probabilité des évènements suivants :
   E : « le sujet comporte une étude de fonction logarithme » ;
   F : « le sujet comporte un exercice de probabilités ».
4. Définir par une phrase les évènements $E \cap F$ et $E \cup F$, puis calculer la probabilité de chacun de ces évènements.

EXERCICE 2 **4 points**

Les données ci-dessous montrent l'évolution du SMIC mensuel (169 h) en euros (les montants sont arrondis à l'unité).
Pour tout entier i, x_i représente le rang de l'année $2000 + i$;
y_i représente le montant du SMIC au 1$^{\text{er}}$ juillet de l'année $2000 + i$.

Date	1$^{\text{er}}$ juillet 2001	1$^{\text{er}}$ juillet 2002	1$^{\text{er}}$ juillet 2003	1$^{\text{er}}$ juillet 2004	1$^{\text{er}}$ juillet 2005
x_i	1	2	3	4	5
y_i	890	913	957	1 013	1 067

(source INSEE)

1. Représenter sur un graphique le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ de cette série statistique.
   On prendra 2 cm pour 1 en abscisse, 1 cm pour 20 en ordonnées en commençant la graduation à 850.
2. **a.** On considère le nuage formé par les trois premiers points. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 de ce nuage,

   b. On considère le nuage formé des deux derniers points. Calculer les coordonnées du point moyen G_2 de ce nuage.

   c. Placer G_1 et G_2 sur le graphique et tracer la droite (G_1G_2).

   d. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).

3. Le SMIC est revalorisé le 1er juillet de chaque année.
Recopier et compléter la phrase suivante :
« On s'attend à ce que le SMIC devienne supérieur à 1 120 € à partir du 1er juillet ... ».
Expliquer votre réponse.

PROBLÈME **12 points**

Partie A : lecture graphique

Le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On donne en annexe 2, la courbe $\mathcal{C}_f$, qui représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
A et B sont les points de coordonnées respectives A$(-2\,;\,-4)$ et B$(0\,;\,-8)$.
La droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point B.
Vous répondrez, dans cette partie, aux questions suivantes en vous aidant du graphique.

1. **a.** Déterminer $f(0)$.

   b. Donner un encadrement de $f(1)$ par deux entiers consécutifs.

   c. Combien l'équation $f(x) = 0$ admet-elle de solutions dans l'intervalle $[-3\,;\,4]$? Justifier.

2. Que vaut $f'(0)$? Justifier.

Partie B : étude de la fonction *f*

On sait maintenant que la fonction f représentée ci-dessous est définie par :

$$f(x) = e^{2x} - 4e^{x} - 5.$$

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ en justifiant avec soin. En déduire l'existence d'une asymptote dont on précisera l'équation.

2. Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = e^{x}(e^{x} - 4) - 5$. Déterminer alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3. **a.** Résoudre l'équation $e^{2x} - 4e^{x} - 5 = 0$ (on pourra poser $X = e^{x}$).

   b. En déduire les coordonnées des points d'intersection éventuels de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

4. **a.** Déterminer la fonction dérivée de f, notée f' et montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = 2e^{x}(e^{x} - 2)$ (on rappelle que la dérivée de la fonction h définie par $h(x) = e^{2x}$ est la fonction h' définie par $h'(x) = 2e^{2x}$).

   b. Résoudre l'inéquation : $e^{x} - 2 > 0$.

   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

5. Dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Partie C : calcul d'aire

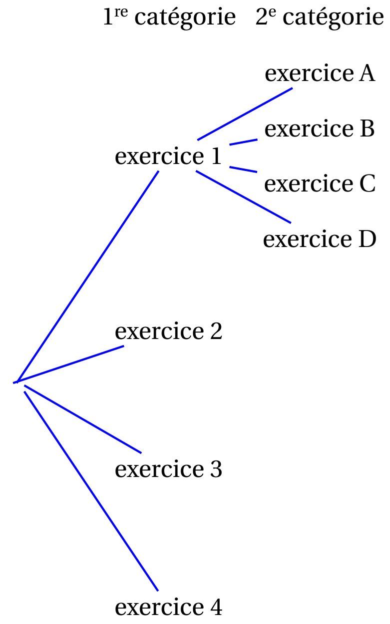
1. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. **a.** Hachurer sur le graphique de l'annexe 2, la partie du plan délimitée par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

   b. Calculer l'aire de la partie hachurée (on en donnera la valeur exacte puis un encadrement d'amplitude 0,1).

Annexe 1
À COMPLÉTER ET À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1



À COMPLÉTER ET À RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 2

Problème