Solution de Jacques Chayé

Soient [AA'] et [BB'] deux diamètres perpendiculaires du cercle C de centre O. L'énoncé ne précise pas si les cercles à construire sont intérieurs ou extérieurs à C.

1er cas : cercles intérieurs

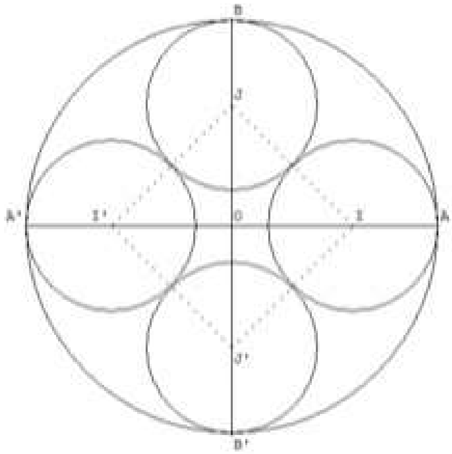
Prenons OA comme unité de longueur. Soit r le rayon des quatre cercles à tracer et soient I, J, I' et K' leurs centres respectifs. Dans le triangle rectangle OIJ :

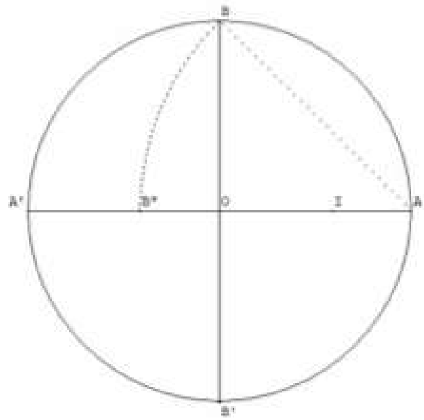
$$IJ^2 = OI^2 + OJ^2 \quad \text{c-à-d} \quad 4r^2 = 2(1 - r)^2$$

ou encore :

$$r^2 + 2r - 1 = 0$$

Une seule solution positive : $\sqrt{2}$ -1.





Pour construire le point I, on peut transformer B en B" par la rotation de $\pi/4$ radians et de centre A, puis transformer B" par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$.

2ème cas : cercles extérieurs

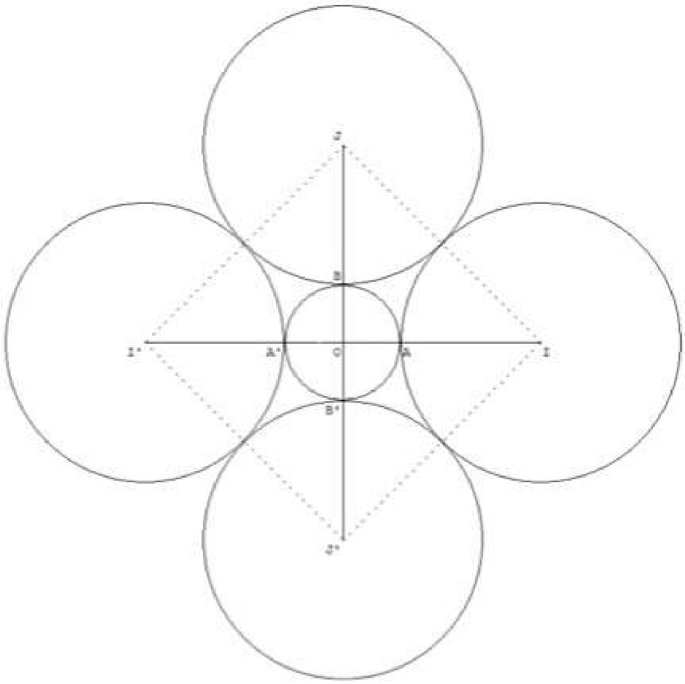
Dans le triangle rectangle OIJ :

$$IJ^2 = OI^2 + OJ^2 \quad \text{c-à-d} \quad 4r^2 = 2(1 + r)^2$$

ou encore :

$$r^2 - 2r - 1 = 0.$$

Une seule solution positive : $\sqrt{2}$ +1.



Pour construire le point I, on peut transformer B en B" par la rotation de $-3\pi/4$ radians et de centre A, puis transformer B" par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$.