

I. Principaux textes mathématiques grecs conservés (au moins partiellement)

I. Les "grands" auteurs

Euclide (III ^a)	<i>Éléments ; Données ; Division des figures ; Phénomènes ; Division du canon ; Optique ; Catoptrique ; Sur la gravité ... ; Sur la balance</i>
Archimède de Syracuse (III ^a)	<i>Sphère et Cylindre ; Mesure du cercle ; Quadrature de la Parabole ; Spirales ; Conoïdes et Sphéroïdes ; Méthode ; Construction de l'heptagone ; Sur les cercles mutuellement tangents ; Arénaire ; Problème des bœufs ; Livre des Lemmes ; Stomachion ; Equilibres des figures planes ; Corps flottants</i>
Philon de Byzance	<i>Syntaxe mathématique (3 Livres conservés)</i>
Apollonius de Pergè	<i>Coniques ; De la section de rapport</i>
Héron d'Alexandrie (I ^p)	<i>Métriques ; Définitiones ; {Geometrica} ; {Stereometrica I} ; {Stereometrica II} ; {De Mensuris} ; Sur la dioptré ; Mécaniques ; Pneumatiques ; Automates ; Bélopoïétique ;</i>
Ménélaus d'Alexandrie	<i>Sphériques ; Sur les corps mixtes et les densités spécifiques</i>
Ptolémée d'Alexandrie (II ^p)	<i>Almageste ; Phases ; Hypothèses des planètes ; Tetrabiblos ; Analemme ; Planisphaerium ; Tables manuelles ; Géographie ; Harmoniques ; Optique</i>
Diophante d'Alexandrie	<i>Arithmétiques ; Traité sur les nombres polygones</i>
Pappus d'Alexandrie (IV)	<i>Collection mathématique ; Comm. in Eucl. El. X (?) ; Comm. in Ptol. Alm., V-VI</i>
Théon d'Alexandrie (IV)	<i>Comm. in Ptol. Alm. ; Grand et Petit Comm. in Ptol. Tab. man. ;</i>

II. La petite Astronomie

Autolykos de Pitane	<i>La sphère en mouvement ; Levers et couchers héliques</i>
Aristarque de Samos	<i>Sur les grandeurs et les distances du soleil et de la lune</i>
Euclide	<i>Phénomènes.</i>
Hypsiclès d'Alexandrie	<i>Des ascensions</i>
Théodose de Bythinie (I ^a)	<i>Sphériques ; Des habitations ; Des jours et des nuits</i>

III. Les traités introductifs d'inspiration néo-pythagoricienne et néo-platonicienne

Théon de Smyrne (II ^p)	<i>Exposition des connaissances mathématiques utiles à la lecture de Platon</i>
Nicomaque de Gérase (II ^p)	<i>Introduction arithmétique ; Manuel d'harmonie.</i>
Porphyre de Tyr	<i>Commentaires in Ptol. Harmoniques</i>
Jamblique de Chalcis (III ^p)	<i>Introduction arithmétique (In Nic. Ar.)</i>
Proclus de Lycie (V ^p)	<i>Comment. in Eucl. Él. I ; Comm. in Ptol. Tetrabiblos ; Sur les éclipses ; Hypotyposes.</i>
Marinus de Nauplie	<i>Introduction in Eucl. Données</i>
Domninos de Larissa	<i>Manuel d'arithmétique ; Comment retrancher un rapport d'un rapport ?</i>
Asclépios de Tralles (VI ^p)	<i>Commentaires in Nic. Introduction arithmétique</i>
Jean Philopon (VI ^p)	<i>Commentaires in Nic. Introduction arithmétique ; Traité de l'astrolabe</i>

IV. Autres textes

Aratos de Soles (III ^a)	<i>Phénomènes</i>
Dioclès	<i>Sur les miroirs ardents</i>
Hypsiclès d'Alexandrie	<i>Livre XIV des Éléments</i>
Hipparque de Nicée (II ^a)	<i>"Commentaires" in Arat. Phénomènes ; Fragments géographiques</i>
Géminus de Rhodes (I ^a)	<i>Introduction aux Phénomènes</i>
Diophane de Bythinie	<i>Traité de planimétrie et de stéréométrie</i>
Strabon d'Amiséria (I ^a)	<i>Géographie. Livres I et II (= prolégomènes "mathématiques")</i>
Didyme d'Alexandrie	<i>Le métrage des divers bois</i>
Cléonide	<i>Introduction harmonique</i>
Bacchios (?)	<i>Introduction harmonique</i>
Cléomède	<i>Météores</i>
Sérénus d'Antinoé (III ^p)	<i>De la section du cylindre ; De la section du cône</i>
Aristide Quintilien	<i>De la musique</i>
Eutocius d'Ascalon (VI ^p)	<i>Comment. in Arch. SC I-II ; in Arch. MC ; in Arch. EP I-II ; Comm. in Apoll. Coniques</i>
Anthémios de Tralles	<i>Sur les miroirs ardents</i>
Damien (?)	<i>Sur les hypothèses optiques</i>
III s.	<i>Commentaire anonyme in Ptol. Almageste (Extraits)</i>
VI s. (?)	<i>Fragment de Bobbio (?) ; Introduction anonyme à l'Almageste ; Livre XV des Éléments Prolégomènes anonymes à l'Introduction arithmétique de Nicomaque</i>

II. Quelques chiffres ...

Textes mathématiques grecs anciens conservés :
114 Titres — 44 auteurs — 4 anonymes — 4 Pseudo.

Astronomie : 33	Optique : 11	Géographie mathématique : 5
Géométrie : 30	Arithmétique : 10	Logistique : 5
Mécanique : 15	Harmonique : 8	Géodésie : 5

Textes perdus :

128-132 Titres — 54 ou 55 auteurs dont 23 déjà recensés ci-dessus, 31 ou 32 nouveaux.

Astronomie : 21	Optique : 9	Géographie mathématique : 8
Géométrie : 52	Arithmétique : 8	Logistique : 4
Mécanique : 12	Harmonique : 11	Autres : 4

Textes hypothétiques (hypothèse minimale) :

31 Titres — 29 auteurs dont 8 déjà recensés ci-dessus et 21 nouveaux.

Astronomie : 12	Optique : 2	Géographie mathématique : —
Géométrie : 12	Arithmétique : 1	Logistique : 3
Mécanique : 1	Harmonique : —	Géodésie : —

Cumul (hypothèse minimale) :

269-273 titres — 96 ou 97 auteurs — 4 anonymes — 4 Pseudo.

Astronomie : 65	Optique : 22	Géographie mathématique : 13
Géométrie : 94	Arithmétique : 19	Logistique : 12
Mécanique : 28	Harmonique : 19	Géodésie : 5
		Autres : 4

Textes hypothétiques (hypothèse maximale) :

71 Titres — 57 auteurs dont 23 déjà recensés et 34 nouveaux

Astronomie : 25	Optique : 8	Géographie mathématique : 1
Géométrie : 27	Arithmétique : 3	Logistique : 3
Mécanique : 2	Harmonique : 2	Autres : 1

Cumul (hypothèse maximale) :

309-313 titres — 109 ou 110 auteurs — 4 anonymes — 4 Pseudo.

Astronomie : 78	Optique : 28	Géographie mathématique : 14
Géométrie : 109	Arithmétique : 21	Logistique : 12
Mécanique : 29	Harmonique : 21	Géodésie : 5
		Autres : 5

III. Œuvres d'Euclide ou attribuées à Euclide

1. **Les Éléments** (τὰ στοιχεῖα) en 13 Livres
[Galien, Alexandre d'Aphrodise, Pappus, Théon d'Alexandrie, Proclus, Simplicius, Jean Philopon, Eutocius, corpus pseudo-héronien]
ou (ἡ στοιχειώσις) [Proclus, Marinus, Eutocius, Olympiodore]
ou (τὰ Εὐκλείδου γ' βιβλία) [Marinus, Jean Philopon]
2. **Les Données** (Δεδομένα) en 1 Livre. [Pappus, Marinus]
3. **Sur les divisions** [des figures] (Περὶ διαιρέσεων) [Proclus]. Perdu en grec.
Traduit en arabe et révisé par Thâbit ibn Qurra. Résumé par al-Sijzî (X^e s.).
4. **Pseudaria** (Ψευδάρια) [Proclus, Ammonius, Jean Philopon (?)]. Perdu.
ou (τὰ τοῦ Εὐκλείδου Ψευδογραφήματα)
[Alexandre d'Aphrodise : cite un fragment (?), Michel d'Éphèse].
5. **Coniques** (Τὰ Εὐκλείδου βιβλία δ' κωνικῶν) en 4 Livres. Perdu
[Pappus: refondus par Apoll. in *Coniques*, I-IV].
6. **Porismes** (Εὐκλείδου πορισμάτων τρία) en 3 Livres. Perdu.
[Pappus: d'après sa notice, les *P.* contenaient 171 Prop. et 38 Lemmes; Proclus]. "Traces" dans
certains traités arabes (Ibrâhîm ibn Sinân, al-Sijzî).
7. **Lieux à la surface** (τόπων τῶν πρὸς ἐπιφανείᾳ δύο) en 2 Livres. Perdu. [Pappus: 2
lemmes]
8. **Optique** (τὰ ὀπτικά).
[Plutarque, Pappus, Théon d'Alexandrie, Proclus, Simplicius, Jean Philopon]
ou (Ὀπτικῆς στοιχεῖα) [Marinus]
9. **Catoptrique** (τὰ κατοπτρικά) [Théon d'Alexandrie, Proclus]
10. **Phénomènes** (τὰ Φαινόμενα) [Galien, Pappus, Marinus, Jean Philopon]
11. **Division du canon** (ἡ τοῦ κανόνος κατατομή) [Porphyre]
ou *Éléments de musique* (αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσις ?) [Proclus,
Marinus]
12. **Sur la gravité et la légèreté** (Kitâb fi 'l-thiql wa 'l-khiffa). Révisé par Thâbit ibn Qurra.
Traduit en latin (*De levi et ponderoso et comparatione corporum ad invicem*)
13. **Sur la balance** (Maqâla fi 'l mîzân). Révisé par Thâbit ibn Qurra.
- {14. **De ponderibus secundum terminorum circumferentiam**}
(fragment latin attribué à Euclide; en fait, dériverait d'un écrit de Thâbit ibn Qurra)

Remarque :

Les manuscrits grecs transmettent deux (au moins) recensions quelque peu différentes pour chacun des traités 1), 2), 8), 10).

IV. Témoignages sur Euclide

1. Pappus, *Coll. math.*, L. VII¹ :

« (i) Au reste, Euclide, estimant qu'Aristée était digne d'éloges en raison de ce qu'il avait publié jusque-là sur les coniques, c'est, sans prendre les devants ni vouloir recommencer le même ouvrage, étant d'ailleurs très loyal, bienveillant comme on doit l'être à l'égard de tous ceux qui sont à même d'enrichir la science mathématique jusqu'à un certain point, ne blessant en aucune manière, correct et dépourvu de vanité comme lui, qu'il a écrit tout ce qu'il pouvait démontrer concernant ce lieu à l'aide des *Coniques* d'Aristée, et sans prétendre être parvenu au bout de la démonstration. On aurait pu le blâmer alors, tandis qu'on ne le peut plus maintenant, puisque Apollonius lui-même, en ayant laissé la plupart des questions incomplètes dans les coniques, n'a pas été appelé à en rendre compte.

(ii) Il a toutefois pu ajouter certaines choses qui manquaient encore à ce lieu, parce qu'il avait eu l'imagination préalablement frappée par ce qui avait déjà été publié sur ce lieu par Euclide, et qu'il avait étudié avec les disciples d'Euclide à Alexandrie un long moment (καὶ συσχολάσας τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου μαθηταῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πλείστον χρόνον), d'où il avait acquis une disposition d'esprit non dépourvue d'expérience (d'insensibilité ?)...».

2. Cicéron (*De Oratore* III, 132)² :

« Ce n'est pas seulement cet art (<l'art oratoire>), reprit Crassus, mais bien d'autres encore qui ont perdu de leur grandeur par les divisions et les démembrements qu'on y a introduits. Crois-tu, Catulus, que, du temps du grand Hippocrate de Cos, il y avait des médecins spécialisés dans le traitement, les uns des maladies, d'autres des blessures, d'autres encore des yeux ? Quand Euclide et Archimède cultivaient la géométrie, Damon et Aristoxène la musique, Aristophane et Callimaque enfin la critique littéraire, ces connaissances étaient si morcelées que personne n'en possédât une tout entière, mais que chacun se bornât à choisir telle ou telle partie, pour y appliquer son effort ? ».

3. Galien (*De animi cuiuslibet peccatorum dignotione et curatione*, V, 59.14 Kühn)³ :

« Assurément, la science du géomètre relativement à ce qui est enseigné dans les *Éléments* d'Euclide est aussi certaine que la connaissance de la plupart des gens, selon qui deux et deux font quatre ».

4. Élien (*De natura animalium* VI 57, 6)⁴ :

« Et non seulement, donc, les araignées sont des tisserandes aussi habiles qu'Athéna l'Ouvrière et la déesse Tisseuse, mais aussi, par nature, merveilleuses du point de vue de la géométrie. Du moins montent-elles la garde au centre et, à partir de là, produisent avec une puissante exactitude le cercle et la circonférence et, en aucun cas, elles n'ont besoin d'un Euclide ».

5. Grégoire de Naziance (*Funeribus in laudem Caesaris fratris oratio*, 20, 4-5)⁵ :

« Il (<Césaire>) ne fera pas étalage de discours, mais il y aura des discours pour le proposer à l'admiration. Il ne méditera pas les écrits d'Hippocrate, de Galien et de leurs adversaires, mais il n'aura pas non plus à souffrir de la maladie en puisant des chagrins personnels dans des malheurs d'autrui. Il n'expliquera pas les œuvres d'Euclide, de Ptolémée et d'Héron (Οὐκ ἀποδείξει τὰ Εὐκλείδου καὶ Πτολεμαίου καὶ Ἡρώου); mais il ne souffrira pas non plus de l'enflure des ignorants. [5] Il ne se parera point des idées de Platon, d'Aristote, de Pyrrhon, d'un Démocrite, d'un Héraclite, d'un Anaxagore, d'un Cléanthe, d'un Épicure et de je ne sais quels personnages de l'auguste Portique et de l'Académie ; mais il n'aura pas davantage à se préoccuper de la façon de réfuter leurs sophismes ».

6. Martianus Capella (*Noces de philologie et Mercure*, VI, 587)⁶ :

« ... elle (<Géométrie>) débuta ainsi : “Bien que j'aie vu mon cher Archimède (Archimedem meum) et le très savant Euclide (Euclidem que doctissimum) parmi les philosophes et que je puisse les faire venir à ma place pour exposer l'enseignement que je dois faire ...” ».

¹ Ed. Hultsch, p. 676.26—678.12. Trad. Ver Eecke, p. 507.

² Texte établi par H. Bornecque, traduit par E. Courbaud & H. Bornecque. Paris, Les Belles Lettres, 2002 (prem. éd. 1930), pp. 51-52.

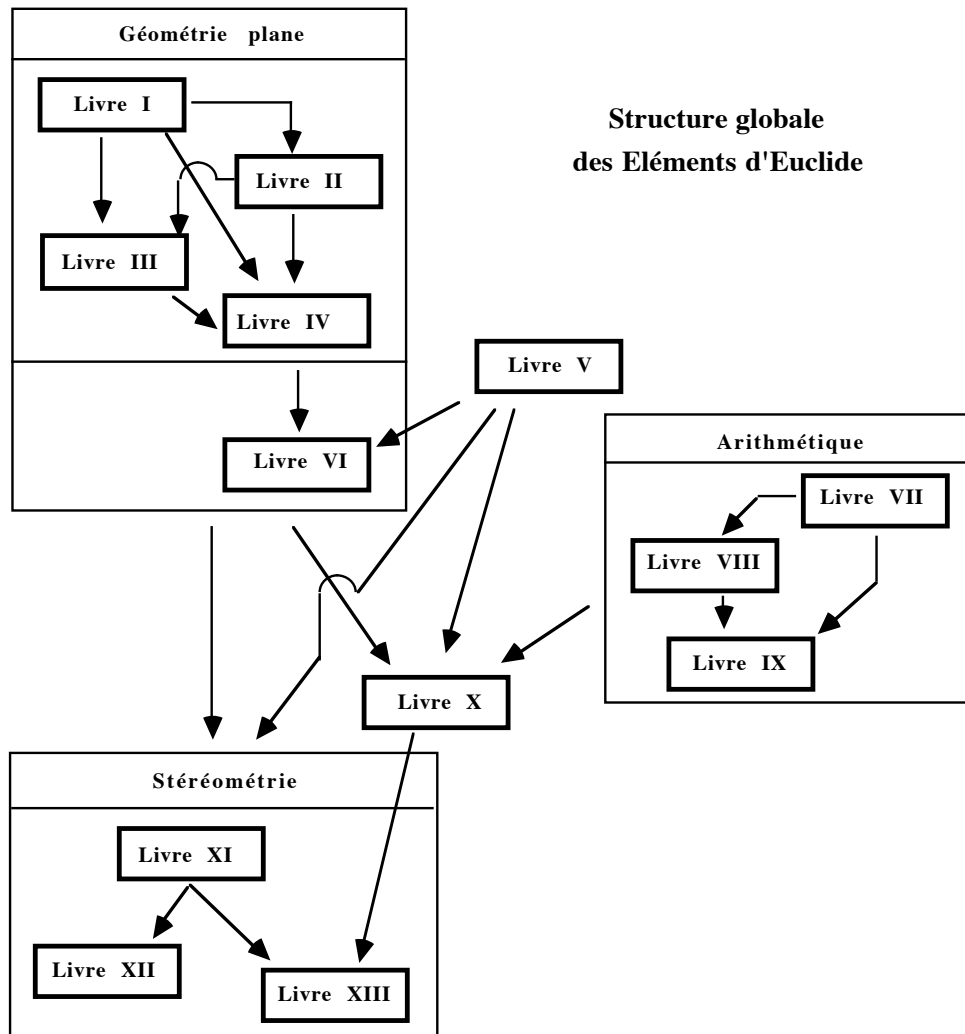
³ « ἐπιπέδη γοῦν ἐστὶ τοῦ γεωμετρικοῦ τοιαύτη περὶ τὰ διδασκόμενα διὰ τῶν Εὐκλείδου στοιχείων, ὅποια τῶν πολλῶν ἐστὶ τοῦ τὰ δὲ δύο τέτταρα εἶναι ». Traduction par V. Barras, T. Birchler; A.-F. Morand, dans *L'âme et ses passions*, Paris, Les Belles Lettres, 1995, p. 44.

⁴ « Οὐ μόνον δὲ ἄρα ἦσαν ὑφαντικά αἱ φάλαγγες καὶ εὐχειρες κατὰ τὴν Ἀθηναίων τὴν Ἐργάνην τε καὶ Πηνίτιν θεάν, πεφύκασι δὲ καὶ γεωμετρίαν δειναί. τὸ γοῦν κέντρον φυλάττουσι καὶ τὸν ἐξ αὐτοῦ κύκλον καὶ τὴν περιφέρειαν ἀκριβοῦσιν ἰσχυρῶς, καὶ Εὐκλείδου δέονται οὐδὲ ἔν ».

⁵ Texte grec et traduction française par F. Boulenger. Paris, Picard, 1908.

⁶ Texte établi et traduit par B. Ferré. Paris, Les Belles Lettres, 2007, p. 8.

Structure globale
des Eléments d'Euclide



N°	Contenu
I	Constructions fondamentales. De l'égalité des triangles et des parallélogrammes (23 Df—48 Prop.)
II	Section d'une droite et égalités d'aires associées. Quadrature d'une aire rectiligne (2—14)
III	Le cercle et ses segments. Tangence. Puissance d'un point par rapport à un cercle (11—37)
IV	Des figures inscrites et circonscrites relativement à un cercle (triangle, carré, pentagone ...) (7—16)
V	Théorie générale de la proportionnalité entre grandeurs (Fondements, règles de manipulation) (18-25)
VI	Des figures rectilignes planes semblables. De l'application des aires (5—33)
VII	Nombres entiers (PGCD, proportionnalité et rapports de nombres, PPCM) (23—39)
VIII	Proportionnalité continue entre nombres. Nombres carrés, cubes, plans et solides semblables (27)
IX	Proportionnalité continue et nombres premiers. Théorie du pair / impair. Nombres parfaits (36)
X	Commensurabilité et incommensurabilité des grandeurs. Droites et aires exprimables / irrationnelles. Classification de droites irrationnelles en 13 catégories stables par commensurabilité. (16—115)
XI	Constructions stéréométriques fondamentales. Égalité et similitude des parallélépipèdes. (28—39)
XII	Pyramides et prismes. Proportionnalité dans les cercles, les cônes, les cylindres et les sphères (18)
XIII	Section en extrême et moyenne raison. Construction et comparaison des cinq polyèdres réguliers quant à leurs arêtes (18)

VI. La critique des principes euclidiens

	Cible	Époque où la critique a été apparemment émise	Cause de l'objection
1	Statut des Demandes 4 et 5	Géminus <i>apud</i> Proclus	Démonstrables !
2	Discussion de la distinction : « postulat / axiome »	Géminus <i>apud</i> Proclus	Problèmes textuels Divergence avec Aristote
3	Df. du rapport de 2 grandeurs (Df. V. 3)	Critique médiévale et/ou moderne ?	Problèmes textuels (ajouts)
4	Df. de la proportionnalité (Df. V. 5) et de l'inégalité de rapports (Df. V. 7)	Critique médiévale arabe	Complexité p/r aux conséquences (V. 7, 11)
5	Critique de la notion de « rapport composé de rapports » (Df. {VI. 5})	Eutocius	Pratique euclidienne (VI. 23) non fondée sur la "Df."
6	Df. des sous-espèces du nombre pair (Df. VII. 8, 9, {10})	Jamblique	Divergence avec <i>Intr. Arith.</i> de Nicomaque
7	Df. de l'exprimabilité et de l'irrationalité (Df. X. 3-4)	Antique (Cf. Pappus) et/ou médiévale	Divergence avec le <i>Théétète</i> de Platon
8	Df. de la sphère, du cône et du cylindre (Df. XI. 14, 18, 21)	Antique (scholie n°XI. 11) et/ou médiévale	Df. cinématiques (divergence avec Théodose ?)
9	Preuves par exhaustion du Livre XII admettent le post. de la 4e proportionnelle	Médiévale (Cf. Campanus) et/ou moderne ?	Lacune déductive

VII. Quelques "remèdes" :

1. Démonstration des Demandes 4 (Géminus) et 5 (Apollonius ?, Géminus, Diodore, Ptolémée, Peithon, Proclus, Aganis (?)..., 'Umar al-Khayyâm ..., Saccheri ... éventuellement en changeant la définition des parallèles (équidistantes) ou en prouvant autrement I. 29 pour en déduire le postulat.
2. Déplacement de certains principes dans l'une ou l'autre de ces catégories, en fonction de la compréhension que l'on avait de ladite distinction.
3. L'authenticité de la définition est contestée, à cause de son caractère non opératoire, par contraste avec la Définition V. 4.
4. Substitution de définitions alternatives : rapport et/ou proportion définis en termes anthyphériques (al-Mâhânî, 'Umar al-Khayyâm) ou en termes de « même(s) partie(s) » (al-Jayyâni)
5. Justification à partir de la notion de "quantité d'un rapport" (Eutocius, 'Umar al-Khayyâm, Saccheri)
6. Substitution de définitions alternatives, déjà attestée dans l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque.
7. Rejet de la théorie euclidienne de l'exprimabilité au profit d'une conception plus simple (et plus ancienne ?) : exprimable = exprimable en nombres. Le rejet s'explique aussi par l'extension de la classification des irrationnelles (X. 19-111) dont les motivations ne sont plus perçues.
8. Substitution d'une définition alternative pour la sphère (celle des *Sphériques* de Théodose) et distinction entre définition et génération d'un objet géométrique (Cf. scholie n°XI. 11).