

∞ Baccalauréat C Caen septembre 1972 ∞

EXERCICE 1

Soit l'équation

$$23x + 56y = 3, \quad (x; y) \in \mathbb{Z}^2$$

1. Déterminer une solution particulière de cette équation. (On pourra utiliser l'algorithme d'Euclide.)
2. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation.

EXERCICE 2

Soit $f(z) = z^3 + az^2 + bz + c$.

1. Calculer les trois nombres complexes a , b et c sachant que l'on a

$$f(-i) = 0, \quad f(i) = -8(1+i) \quad \text{et} \quad f(1) = -6 + 2i.$$

2. a , b et c ayant les valeurs trouvées dans la question 1., résoudre l'équation

$$f(z) = 0, \quad z \in \mathbb{C}$$

PROBLÈME

Soit (E) un plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'axes Ox et Oy. On désigne pour $(x; y)$ les coordonnées d'un point $M (M \neq O)$ de (E), par (Δ) la droite perpendiculaire en M à la droite (OM) et par M' (s'il existe) le point de (Δ) d'abscisse $-2x$.

1. Quel est l'ensemble (F) des points M de (E) pour lesquels M' existe?
On désigne par T l'application de (F) dans (E) telle que $T(M) = M'$.
Calculer, en fonction de x et de y , les coordonnées $(x'; y')$ du point M' .
Quel est l'ensemble des points invariants par T ?
2. Soit P un point de (E) de coordonnées $(\alpha; \beta)$.
Existe-t-il un point M de (F) tel que $T(M) = P$?
On démontrera que M existe si, et seulement si, P appartient à une partie du plan (E) limitée par deux droites (D) et (D'), dont on donnera les équations.
L'application T est-elle injective?
3. Déterminer l'image par T de l'ensemble $(L) \cap (F)$ dans les cas suivants :
 - (L) est la droite d'équation $x = a$;
 - (L) est la droite d'équation $y = \lambda x (\lambda \neq 0)$;
 - (L) est la droite d'équation $y = b (b \neq 0)$.

Dans ce dernier cas, démontrer que la courbe $T[(L) \cap (F)]$ est tangente aux deux droites (D) et (D'). (Faire une figure pour $b = 3$.)