∽ Baccalauréat Caen juin 1948 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (au choix)

1er sujet. - Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = 0.$$

(On ne donnera qu'une méthode.)

2e sujet. - Progressions géométriques.

3e sujet. - Polaire d'un point par rapport à deux droites concourantes.

Exercice 2

1. Un angle constant UOV = $\dfrac{3\pi}{4}$ tourne avec une vitesse angulaire constante ω autour de son sommet situé au point de contact O de deux cercles tangents (C) et (C′) de même rayon a et de centre C et C′.

   Montrer que les points M et M′ d'intersection de OU et OV avec les cercles (C), et (C′), ont une vitesse constante et que l'angle des vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CM'}$ reste constant.

   (On supposera que les côtés OU et OV restent toujours de part et d'autre de la tangente commune en aux deux cercles.)
2. On suppose qu'à l'instant $t = 0$ le point M est diamétralement opposé au point O et l'on rapporte le plan au système d'axes de coordonnées formé de la droite C′C orientée de C′ vers C et de la tangente commune en O.

   Écrire les coordonnées des points M, M′ et du milieu I du segment MM′ ; en déduire que la trajectoire du point I est un arc de cercle de centre O.
3. Construire le centre O de la rotation qui fait passer du vecteur $\overrightarrow{CM}$ au vecteur $\overrightarrow{CM'}$ et trouver l'enveloppe de la droite MM′.

   On déterminera sa nature, ses éléments remarquables et l'on construira le point de contact P de MM′ avec son enveloppe.
4. Quelle est la trajectoire de l'extrémité J du vecteur $\overrightarrow{OJ}$, résultante des vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{OM'}$? Quelle est sa vitesse et son accélération ?
5. Trouver un point Q sur C′C dont le mouvement soit la composition des mouvements des points P et P′, projections orthogonales sur C′C des points M et M′.

N. B. - La résolution des questions 4 et 5 est indépendante de celle de la question 3.