Baccalauréat - Caen juin 1951

SÉRIE MATHÉMATIQUES

Exercice 1

1er sujet
Définition et propriétés élémentaire des nombres premiers.
Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers.
Application à la recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit multiple commun.

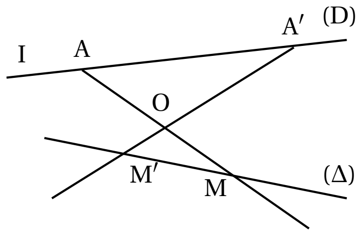
2e sujet
Extraction d'une racine carrée à une unité près par défaut.

3e sujet
Reste de la division d'une somme par un nombre.
Application à la divisibilité par 9 et par 11.

Exercice 2

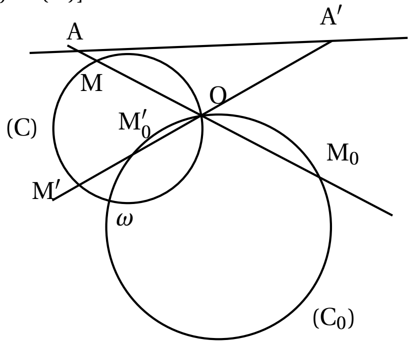
On considère les deux droits joignant un point fixe O à deux points A et A′ variables sur une droite (D) ne passant pas par O ces deux points restant homologues dans une inversion donnée de pôle I (sur D), de puissance k

$$\overline{\text{IA}}\cdot\overline{\text{IA}'} = k.$$



On coupe ces deux droites par une droite quelconque (Δ) ou un cercle (C) passant par O et l'on se propose d'étudier la correspondance entre les deux points M et M′ ainsi obtenus.

1. Si $k > 0$, montrer que les deux droites OA, OA′ restent conjuguées harmoniques par rapport à deux droites fixes.
   En conclure que sur (Δ), M et M′ se correspondent aussi par inversion.
   Cas particulier ?
   Dans la suite, k est , quelconque.
2. On considère un cercle (C_0) dont la tangente en O est parallèle à (D). Montrer que la droite $\text{M}_0\text{M}'_0$ passe par un point fixe [on pourra faire l'inversion de pôle O qui échange (C_0) et (D)].



3. Ùn cercle (C) quelconque coupe (C_0) en O et ω.
Déduire de l'étude du triangle $\omega M_0 M$ la correspondance entre M_0 et M.
En conclure que la droite MM′ passe aussi par un point fixe.
4. Montrer que les points M et M′ sur (Δ) se correspondent par inversion quel que soit le signe de k [on pourra introduire un cercle (C) dont la tangente en O est parallèle à (Δ)].

SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

Exercice 1

1er sujet. - Fonction primitive.
Application : Calculer l'aire comprise entre les courbes d'équations
$y = x^2$ et $y = -2x^2 + 3x + 6$.

2e sujet. - Dérivée de la racine carrée d'une fonction.
Application à l'étude de la fonction $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

3e sujet. - Dérivées d'un produit et d'un quotient de deux fonctions.
Application : Calculer la dérivée de la fonction $y = x\cos x$ et déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles cette dérivée s'annule (on pourra utiliser le graphique de la fonction $y = \text{cotg}\, x$).

Exercice 2

1. On considère un triangle quelconque ABC.
La bissectrice intérieure de l'angle A coupe BC en D.
On pose $\widehat{\text{BAC}} = 2\alpha$.
On projette orthogonalement les points B et C sur AD en β et γ respectivement.
Montrer que les quatre points A, D, β, γ forment une division harmonique.
En déduire que

$$\frac{1}{\text{AB}} + \frac{1}{\text{ACB}} = \frac{2\cos\alpha}{\text{AD}}$$

2. On considère un angle fixe xAy égal à 2X. On prend sur les demi-droites Ax et Ay respectivement les points B et C tels que
1 1 2 AB+ AC= m' III étant une longueur donnée.
   a. Montrer que la droite Be passe par un point fixe.
   b. On prend sur Ax et Ay respectivement deux nouveaux points B' et C' tels que AB. AB' = AC. AC' = k2, k étant une longueur donnée. Montrer que le cercle circonscrit au triangle AB'C' passe par un deuxième point fixe F et que la droite B'C' reste tangente à une parabole fixe de foyer t·
3. Conservant les données de la question nO 2, on pose AnB=O.
   a. Dans quelles limites peuvent varier 0 et sin 0 ?
   b. Calculer DB et DC en fonction de AD, a. et O. Montrer que BC = AD . sin 0 . sin 2a. sin2 0 - sin2 a.
   c. On suppose que a. =   et que Aù = V3'
   Quand on remplace sin 0 par x et BC par y dans la formule précédente, on obtient une fonction y de x dont on étudiera les variations (x prenant toutes les valeurs de - 00 à + 00).
   En déduire l'étude des variations de BC en fonction de l'angle 0 ; tracer approximativement le graphique de cette fonction (on supposera toujours que oc =   et que AD = 13).