Baccalauréat Caen septembre 1965
série mathématiques élémentaires

I.

On donne une droite (D) et un point O non sur la droite (D). Étant donné un point M variable sur (D), on porte, sur la perpendiculaire en M à OM, des longueurs MP = MQ = MO.
Déterminer l'ensemble des points P et Q.

II.

On donne une droite (D), un point M sur cette droite et un point F en dehors de cette droite. Determiner l'ensemble des seconds foyers des coniques de premier foyer F et tangentes à la droite en M.
Déterminer celle de ces coniques qui est tangente à une droite donnée (D′) distincte de (D).

III.

Partie A

Soit l'équation en x, où m est un paramètre,

$$x^2 - 2mx4 = 0.$$

1. Discuter, suivant les valeurs de m, l'existence et le signe des racines réelles de l'équation, ainsi que leur place par rapport aux nombres 2 et -2.
2. Trouver une relation indépendante de m entre les racines x' et x''.
3. Déterminer m pour que $\left|x' - x''\right| = l$, ($l$: nombre donné).
4. On pose

$$m = \frac{2}{\cos\varphi},\ \text{avec}\ 0 \leqslant \varphi \leqslant \pi \quad \text{et} \quad \varphi \neq \frac{\pi}{2}.$$

Calculer x' et x'' en fonction de φ.

Partie B

Dans un systeme orthonormé, on considère les points

$$\text{C}(0\,;\,+2) \qquad \text{et} \qquad \text{I}(m\,;\,+2).$$

On trace le cercle (I) de centre I, de rayon IC.

1. Former, en fonction de m, l'équation du cercle (I).
Déterminer les abscisses des points d'intersection, M′ et M″, de ce cercle avec Ox.
Expliquer les résultats des deux premières questions.
2. Montrer que le cercle de diamètre M′M″ est orthogonal à un cercle fixe.
Construire géométriquement M′ et M″ de façon que M′M″ $= l$, l étant une longueur donnée.
3. On pose $m = \dfrac{2}{\cos\varphi}$, en se bornant au cas où $m > 0$.
Trouver un angle de la figure égal a φ et retrouver les résultats de la question **4.** précédente.