

La calculatrice là où on ne l'attend pas

André Catherin

Au lycée Lamartine de Mâcon, un concours un peu particulier est ouvert à tous les élèves. Il s'agit de créer des dessins à l'aide de sa calculatrice. C'est l'occasion d'une approche différente de nombreuses connaissances mathématiques des programmes de 1^{ère} et 2^{nde} (ensemble de définition, équation de droite, de parabole, cercle et autres courbes, systèmes, continuité, dérivabilité...). L'activité des élèves est stimulée par l'organisation de quatre concours durant l'année. Ainsi, pour l'année 2008-2009, ont été prévus le concours du plus joli bonhomme de neige pour Noël (beaucoup de cercles...), celui du plus joli cœur de Cupidon pour la Saint-Valentin (des raccordements de courbes...), un poisson d'avril pour le ... 1^{er} avril, et le logo du lycée en juin. L'aspect ludique du concours devrait permettre aux élèves de franchir les nombreuses difficultés qui les attendent !

Intérêt pédagogique d'une telle activité

L'idée de dessiner plusieurs courbes sur le même graphique pour obtenir un curieux dessin n'est pas nouvelle : c'est l'occasion de DM classiques. Mais le concept peut être fructueusement approfondi, comme cet article va le montrer, grâce aux nombreuses notions utilisées dans la réalisation d'un dessin un peu élaboré : signe d'un produit, d'un trinôme, ensemble de définition, notion de continuité et de dérivabilité, fonctions et courbes de référence, résolution de système avec un programme ou les matrices, auquel s'ajoutent les propriétés graphiques des fonctions (symétrie, translation) et les spécificités du menu dessin de la calculatrice (tracé de verticale, de cercle, ombrage, texte). Les élèves de seconde ont toutes les fonctions de références, ceux de première ont les fonctions associées ou composées, ceux de terminale peuvent découvrir les courbes polaires ou paramétrées.

L'aspect ludique du concours

Depuis quelques années l'utilisation de calculatrices graphiques est obligatoire dès la classe de seconde et l'épreuve pra-

tique du BAC va dans le sens d'une exploitation des calculatrices scientifiques dans un esprit expérimental. Les différents concours de dessin mis en place durant l'année scolaire ont pour but de familiariser les élèves à ces outils par une activité ludique.

L'approche est un peu ardue et l'intérêt des élèves ne se manifeste que s'il y a eu un travail en amont : des questions-outils du genre « comment faire un trou dans une courbe ? », « quelles formules écrire pour obtenir un cercle ? » ou un DM assez directif mais surtout bien sûr s'il y a quelque chose en jeu, comme une calculatrice formelle par exemple, ce qui est le cas cette année pour le meilleur dessinateur du lycée.

Pour les encourager et les accompagner dans leurs recherches, j'anime un atelier « dessin sur calculatrice » pendant le temps de midi. Cela permet de leur donner rapidement les bases de programmation élémentaires et les trucs et astuces nécessaires ne serait-ce que trouver l'équation de la droite passant par deux points donnés ou utiliser les matrices.





André Catherin est professeur de mathématiques au lycée Lamartine de Mâcon (71)



Trucs et astuces mathématiques pour dessiner sur calculatrice

Les principales difficultés sont d'ordre mathématiques (et c'est bien ça qui nous intéresse...), typiquement : trouver l'expression de la fonction qui réalisera le tracé souhaité. Cependant, les astuces pour se tirer d'affaire ou gagner du temps devront parfois être adaptées au modèle de calculatrice employée (2 grandes marques de calculatrices, Casio et Texas Instrument, se partagent le marché).

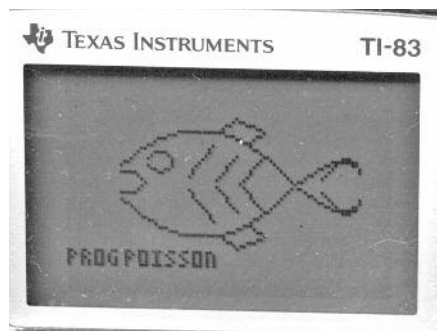
1) Tracer une courbe

La calculatrice trace les courbes des fonctions dont on fournit les formules (chez Casio : menu , chez TI : touche ) Cependant, on est très vite limité par le nombre de fonctions que l'on peut enregistrer simultanément (de 10 à 20 pour les modèles courants), sans compter qu'il convient que la calculatrice reste utilisable pour les travaux scolaires ordinaires. Il faut donc rapidement passer à un enregistrement des tracés dans un programme. Pour cela, il faut passer en mode Programme (menu  sur Casio, touche  sur TI), puis saisir les instructions graphiques dans le programme.

La Casio n'efface pas l'écran entre 2 dessins. On peut ainsi, en utilisant toujours la fonction Y20 par exemple pour les formules successives (comme ça on n'écrasera pas les fonctions mémorisées en Y1, Y2, ... lors de l'utilisation quotidienne de

la machine), construire le dessin morceau par morceau.

La TI efface l'écran à chaque tracé. Il faut prendre soin de mémoriser le tracé dans une mémoire d'image (instruction StorePic), ce qui permet de le superposer au tracé suivant,



de le mémoriser de nouveau dans la même mémoire d'image, et ainsi de suite. Là encore, on fabrique ainsi le dessin final par apports successifs, comme dans le petit train d'interlude (référence absconse pour les moins de 20 50 ans)

2) Tracer une famille de courbes

Sur les TI, on peut dans une formule de fonction, fournir pour chaque coefficient une liste de nombres (entre accolades) au lieu d'un seul. La calculatrice trace alors la famille de courbes ainsi définies, ceci pour le prix d'une seule ligne de commande. L'instruction $Y = \{-1, -1.5, -2\}x + 3$ provoquera l'affichage des 3 droites $y = -x + 3$, $y = -1.5x + 3$ et $y = -2x + 3$. Ceci réalise une bonne illustration de la notion de paramètre.

3) La fenêtre d'affichage (Window)

A choisir soigneusement, un changement d'avis nécessitant la réécriture de toutes les fonctions... Attention, l'écran de la calculatrice n'est pas carré (par exemple, l'écran de la TI-82 STATS contient 94 pixels en largeur et 62 pixels en hauteur), une graduation de même amplitude en X et en Y (de -10 à 10 par exemple) donnera un dessin déformé ! Le format « Standard » n'est donc probablement pas le bon choix. Le format Init (sur Casio, dans le menu Window) ou Zsquare (sur TI, dans le menu Zoom) fournit le rapport largeur-hauteur adéquat.

Si, pour la mise au point, la présence des axes pourra être une aide, il faudra en supprimer l'affichage pour le dessin final.

4) Tracer une partie de courbe

Les fonctions graphiques ne sont pas chatouilleuses : si un calcul est impossible, rien n'est affiché.

Pour restreindre une courbe C_f à un intervalle $[a, b]$, il suffit donc de rajouter un

facteur valant 1 qui n'est défini que sur cet intervalle, par exemple $\frac{\sqrt{(x-a)(b-x)}}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}$ et donc de remplacer $Y=f(x)$ par

$$Y=f(x) \times \frac{\sqrt{(x-a)(b-x)}}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}$$

5) Translater une courbe

Il faut distinguer une translation horizontale d'une translation verticale :

- pour « monter » une courbe de b unités, remplacer $f(x)$ par $f(x) + b$
- pour « descendre » une courbe de b unités, remplacer $f(x)$ par $f(x) - b$
- pour « décaler à droite » une courbe de a unités, remplacer $f(x)$ par $f(x - a)$
- pour « décaler à gauche » une courbe de a unités, remplacer $f(x)$ par $f(x + a)$

6) Retourner une courbe

Là encore, le procédé diffère selon qu'on cherche un symétrique par rapport à l'axe (Ox) ou par rapport à (Oy) :

Symétrie par rapport à l'axe (Ox) : remplacer $Y=f(x)$ par $Y=-f(x)$

Symétrie par rapport à l'axe (Oy) : remplacer $Y=f(x)$ par $Y=f(-x)$

7) Trouver la courbe (segment, cercle, parabole,...) qui passe par deux (ou trois) points

Il faut écrire l'équation générale de la courbe cherchée, et exprimer qu'elle est satisfaite par les coordonnées des points donnés. On obtient un système linéaire à 2 ou 3 inconnues, qu'on peut résoudre sans trop d'effort en utilisant les matrices. La difficulté mathématique est réelle, mais ô combien formatrice.

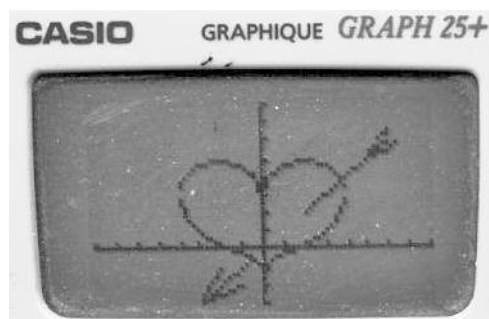
8) Raccorder des morceaux de courbes

Pour raccorder sans trou deux arcs de courbes, il faut là encore exprimer les contraintes (mêmes images aux abscisses concernées) et les résoudre (système d'équations). On peut aussi procéder par tâtonnements, en modifiant peu à peu les

coefficients des formules des fonctions.

Pour un raccordement sans point anguleux, il faut passer au nombre dérivé, disponible dès la première. Cette notion difficile est alors sollicitée dans un esprit très proche de sa définition même, et on peut parier que les élèves qui se seront penchés sur cette activité auront une compréhension fine et profonde de la dérivée.

On a pu percevoir sur ces quelques points (très) rapidement survolés que les difficultés sont conséquentes pour venir à bout de l'exercice. Les manuels des calculatrices ne sont pas toujours limpides (euphémisme) et leur lecture demande concentration et ténacité. Mais rien que cela est déjà un argument fort en faveur de cette activité : comment savez-vous tout ça ? Eh, je lis dans les livres... Il semble indispensable de prévoir un accompagnement pour les élèves se lançant dans l'aventure : un atelier de mi-journée, ou des conseils (type trucs et astuces), ou un DM d'introduction. Cependant, certains maîtrisent très vite leur calculatrice et réalisent des dessins beaucoup mieux réussis que les modèles proposés par leurs professeurs !



Vous trouverez sur le site de l'APMEP, rubrique PLOT, quelques suppléments (exemples de programmes de dessin, devoirs maison, trucs et astuces détaillés en fonction des modèles de calculatrices,...).

Pour tout renseignement complémentaire ou échange d'expériences, contactez-moi par courriel : catherin.andre@orange.fr