

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Cambodge et Laos juin 1970 ∞

EXERCICE 1

Déterminer les entiers naturels n tels que le nombre $(2 \times 3^n + 3)$ soit divisible par 11.

EXERCICE 2

Dans un plan (P) muni du repère orthonormé d'axes $x'Ox$, $y'Oy$, on marque le point $A(2a; 0)$, (a est un réel positif donné), la droite (D) passant par A, telle que

$$(x'Ox, D) = -\frac{\pi}{3} + k\pi,$$

le cercle variable (P) passant par O et A et dont le centre, I, a une ordonnée variable, m ; la droite (D) recoupe (P) en M.

Étudier le triangle OIM et en déduire que M est l'image de I dans une similitude dont on déterminera le centre, l'angle et le rapport.

Calculer les coordonnées de M en fonction de a et de m .

EXERCICE 3

1. On considère la fonction f de la variable réelle x telle que

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}.$$

Étudier les variations de la fonction f et la représenter graphiquement, le plan étant rapporté au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) orthonormé. Soit (H) la courbe obtenue.

Calculer l'aire de la région délimitée par cette courbe, son asymptote oblique et les droites $x = 1$ et $x = a$, a étant un réel positif, non nul.

Quelle est la limite de cette aire quand a tend vers l'infini ou tend vers zéro ?

2. Si \vec{k} est le vecteur unitaire défini par

$$(\vec{i}, \vec{k}) = \frac{\pi}{4} + 2n\pi (n \text{ entier relatif}),$$

déterminer les formules de changement de repère si l'on remplace le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) par (O, \vec{k}, \vec{j}) . Trouver l'équation de la courbe (H) par rapport au repère (O, \vec{k}, \vec{j}) .

En déduire l'équation de (H) rapportée à ses axes de symétrie. (On ne demande pas une valeur approchée décimale des constantes numériques qui figurent dans cette dernière équation.)

3. Dans cette question, indépendante des précédentes, on pose $z = x + iy$ et l'on demande de calculer, connaissant les nombres x et y réels donnés non nuls simultanément, la partie réelle et la partie imaginaire du nombre

$$Z = \frac{z^2 + 1}{z}$$

On considère la transformation ponctuelle qui, au point m d'affixe z , associe le point M d'affixe Z .

Déterminer l'ensemble des points m tels que m et M soient alignés avec l'origine, O, du repère orthonormé d'axes $x'Ox$, $y'Oy$ utilisé.