

❧ Baccalauréat Cambodge et Laos juin 1966 ❧

Mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

Un point M est mobile dans le plan et ses coordonnées en fonction de t (par rapport à un repère orthonormé) sont :

$$\begin{aligned}x &= a(\sin 2t + \cos 2t), \\ y &= a(\sin 2t - \cos 2t).\end{aligned}$$

Montrer que M est animé d'un mouvement circulaire et uniforme.

Déterminer les vecteurs vitesse et accélération à l'instant t .

Calculer leur module.

Préciser l'hodographe du mouvement.

EXERCICE 2

Résoudre, sur l'ensemble des complexes, l'équation

$$z^4 - 2z^2 \cos 2\alpha + 1 = 0.$$

EXERCICE 3

1. En axes orthonormés, on considère la transformation ponctuelle (T) qui, à un point M de coordonnées x et y , fait correspondre le point M_1 de coordonnées x_1 et y_1 telles que

$$x_1 = x, \quad y y_1 = 1.$$

- a. Cette transformation est-elle involutive?
Déterminer l'ensemble de ses points doubles.
Existe-t-il des droites invariantes globalement?
- b. En supposant x fixe, que peut-on dire des cercles de diamètre MM_1 ?
2. a. Déterminer la courbe (H) transformée de la droite (D) d'équation $y = ax$ ($a \neq 0$) et préciser ses éléments.
Quel est l'ensemble des points P communs à une droite (D) et à sa transformée?
- b. Écrire l'équation de la tangente au point $M_1(x_1; y_1)$ à la courbe (H) et préciser en particulier ses points d'intersection, R et S, avec les axes; en déduire une propriété des points M_1 , R, S et une construction géométrique simple de cette tangente.
Quelle est l'aire du triangle ORS?
3. a. Déterminer la courbe (K) transformée de la droite (Δ) d'équation $y = ax + b$ ($a \neq 0$).
Par quelle transformation simple peut-on passer de (H) à (K)?

- b.** On envisage maintenant les droites (D) d'équation $y = ax$, où $a > 0$, et les droites (D') d'équation $y = a'x$, où $a' > 0$.
(H) étant la transformée de (D) par (T), (H') étant la transformée de (D') par (T),
par quelle transformation simple passe-t-on de (H) à (H') ?