

❧ **Baccalauréat Série mathématiques** ❧
Cambodge, Laos et Vietnam juin 1959

I

1^{er} sujet

Décomposition d'un nombre entier en facteurs premiers.

2^e sujet

Définition, existence et recherche du plus grand commun diviseur de deux nombres entiers.

3^e sujet

Caractère de divisibilité par 11.

II

Dans un plan rapporté à deux axes de coordonnées rectangulaires $x'Ox$, $y'Oy$, on donne deux points fixes, A (de coordonnées $x = -a$, $y = 0$) et B (de coordonnées $x = a$, $y = 0$).

Un point H d'ordonnée t positive varie sur Oy .

Enfin, k étant un nombre constant, non nul et différent de 1, on considère le point P variable sur $y'Oy$ défini par

$$\frac{\overline{PH}}{\overline{PO}} = k.$$

On appelle (C) le cercle circonscrit au triangle APB et D la droite d'équation $y = t$.

1. **a.** Calculer, en fonction de a , k et t , l'ordonnée de P et celle du point Q diamétralement opposé à P sur (C).
b. En supposant $k > 1$, comment faut-il choisir t pour que D coupe (C) en deux points, distincts ou confondus?
Étudier l'intersection de D et de (C) quand $k < 1$.
2. Lorsque D et (C) se coupent, on appelle M celui de leurs deux points communs dont l'abscisse x est positive.
Calculer x^2 en fonction de a , k et t .
Étudier les variations de x^2 en fonction de t , en distinguant les cas $0 < k < 1$ et $k > 1$.
3. **a.** Calculer MA^2 et MB^2 en fonction de a , x et t .
Exprimer ensuite ces deux grandeurs en fonction seulement de a , k et x .
b. Calculer MA , MB , $MA+MB$, $MA-MB$ en fonction de a , k et x .
On distinguera les cas $0 < k < 1$ et $k > 1$.
En déduire, dans ces deux cas, le lieu de M quand t varie.
4. Les lieux obtenus pour deux valeurs de k inverses l'une de l'autre, à savoir $k = h$ et $k' = \frac{1}{h}$ (h donné plus grand que 1) se coupent en un point I.
Calculer $IA + IB$ et $IA - IB$ en fonction de a et h . En déduire le lieu de I quand h varie de 1 à $+\infty$.