

∞ Baccalauréat mathématiques élémentaires ∞
Cambodge – Laos juin 1964

I.

Un comité comprend 11 membres : de combien de façons peut-on choisir parmi ces 11 membres un président, un vice-président et un secrétaire?

De combien de façons peut-on choisir 3 membres parmi les 11 sans distinguer les fonctions qu'auront ces 3 membres?

II.

On désigne par a, b, c , les longueurs des côtés BC, CA, AB d'un triangle ABC.

Quel est le barycentre des trois points A, B, C affectés respectivement des coefficients a, b, c ?

III.

1. Étudier les variations de la fonction

$$y = \sqrt{2x(4-x)}.$$

Tracer la courbe représentative dans un repère orthonormé.

On précisera la nature de cette courbe, d'abord en effectuant une translation d'axes, puis en utilisant une transformation ponctuelle.

Quelle est l'aire de la surface limitée par cette courbe et l'axe des abscisses?

2. On considère la droite d'équation

$$mx - y - 5m + 2\sqrt{2} = 0.$$

Démontrer que cette droite passe par un point fixe quand on fait varier le paramètre m . Utiliser la courbe obtenue à la question 1. pour discuter l'équation

$$\sqrt{2x(4-x)} = mx - 5m + 2\sqrt{2}.$$

3. Montrer que la réunion de la courbe obtenue à la question 1. et de sa symétrique par rapport à l'axe des abscisses est l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient la relation

$$2x^2 + y^2 - 8x = 0.$$

On considère l'équation du second degré

$$(x-4)t^2 - 2yt - 2x = 0,$$

où t est l'inconnue et $(x; y)$ les coordonnées d'un point M du plan.

À chaque point M est ainsi attachée une équation du second degré en t . Quel est l'ensemble des points M pour lesquels l'équation a deux racines réelles distinctes?

Quel est l'ensemble des points M pour lesquels l'équation a une racine double?

Quel est l'ensemble des points M pour lesquels l'équation a deux racines complexes conjuguées?