

Durée : 4 heures

☞ Baccalauréat Cambodge¹ juin 1965 ☞
Série mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

Trouver les chiffres a et b tels que les nombres de la forme $\overline{1a1bab}$ écrits dans le système à base 10 soient divisibles par 63.

EXERCICE 2

Montrer que, dans le corps des complexes, les racines de l'équation

$$z^3 = 1$$

forment un groupe pour la multiplication.

EXERCICE 3

Le repère de référence Ox, Oy sera, dans tout le problème, orthonormé. On considère la transformation ponctuelle (S) qui, au point M de coordonnées $(x; y)$, fait correspondre le point M' de coordonnées $(x'; y')$ telles que :

$$\begin{cases} x' &= 2 \cos \alpha - x \cos 2\alpha - y \sin 2\alpha, \\ y' &= 2 \sin \alpha - x \sin 2\alpha + y \cos 2\alpha, \end{cases}$$

α étant un angle donné tel que $-\pi \leq \alpha < \pi$.

- Déterminer par son équation l'ensemble (D) des points doubles de (S) .
- Quelle est la transformation réciproque de (S) ?
 (S) est-elle involutive ?
Montrer que (S) définit une bijection du plan sur lui-même.
- Montrer que (S) est une isométrie, c'est-à-dire qu'elle conserve les distances.
Quelle est la figure transformée d'un cercle du plan ?
Que peut-on dire d'un cercle centré sur (D) ?
- Quelle est la figure (Δ') transformée d'une droite (Δ) ?
Montrer que (Δ) et (Δ') se coupent sur (D) ou sont parallèles à (D) .
- Montrer que MM' est perpendiculaire à (D) .
Identifier alors la transformation (S) .
- Dans toute la suite du problème on fait $\alpha = \frac{\pi}{6}$.
On appellera (Y) la symétrie d'axe Oy et (H) l'homothétie de centre $A(0; +2)$ et de rapport 2.
Définir la transformation $(\Sigma) = (H) \circ (S) \circ (Y)$ [on fait successivement les transformations (Y) , puis (S) , puis (H)].
- Trouver, géométriquement, la transformée par (Σ) du support de Ox .
Donner son équation. N' étant le transformé par (Σ) d'un point N de Ox , quel est l'ensemble des projections orthogonales de A sur NN' et quelle est l'enveloppe de NN' quand N décrit Ox ?
Donner l'équation de la dernière courbe.

1. Pékin