Durée : 4 heures

Baccalauréat C Cameroun juin 1970

EXERCICE 1

Dans l'ensemble $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}$ étant l'ensemble des nombres entiers relatifs, on définit les deux lois de composition interne suivantes, notées $\star$ et T :

$$\begin{aligned}(a, b) \star (a', b') &= (a + a',\ b + b')\text{et}\\ (a, b)\mathrm{T}(a', b') &= (aa',\ ab' + ba').\end{aligned}$$

Donner les propriétés de ces deux lois ; montrer que la seconde est distributive par rapport à la première.
Quelle est la structure de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ muni de ces deux lois ?

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels par

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x}}$$

1. Étudier f et tracer la courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
2. Déterminer la primitive de f qui s'annule pour $x = 0$.
   Calculer l'aire de la région limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

EXERCICE 3

On considère le repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$et les deux vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$, de module 1, tels que

$$\begin{aligned}\left(\vec{\imath},\ \overrightarrow{u_1}\right) &\equiv -\frac{\alpha}{2} \quad \mod 2\pi \text{ et}\\ \left(\vec{\imath},\ \overrightarrow{u_2}\right) &\equiv +\frac{\alpha}{2} \quad \mod 2\pi.\end{aligned}$$

On considère les droites (D_1) et (D_2) sécantes en O, dont $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$ sont respectivement les vecteurs directeurs.

1. Soit M le point de coordonnées $(x\ ;\ y)$.
   a. Écrire l'équation paramétrique de la perpendiculaire menée de M à (D_1) en déterminant un vecteur directeur de cette perpendiculaire.
      Utiliser cette équation pour déterminer les coordonnées de M_1 point symétrique de M par rapport à (D_1) ; on écrira que le milieu de MM_1 appartient à (D_1).
   b. Déterminer de même les coordonnées de M_2 point symétrique de M par rapport à (D_2).
2. a. Déterminer, en utilisant la question 1., l'ensemble des points M tels que $M_1M_2 = \ell$, ℓ étant une longueur donnée.
   b. Donner une solution géométrique de cette question.
3. Déterminer l'ensemble des points M tels que la droite (M_1M_2) passe par un point donné, A, de coordonnées $(a\ ;\ b)$. Discuter.
   Vérifier que l'ensemble obtenu contient les symétriques, A_1 et A_2, de A, respectivement par rapport à (D_1) et à (D_2).