Baccalauréat Série mathématiques juin 1961
Cameroun et Tchad

EXERCICE 1

Montrer que la fraction $\dfrac{4\,859}{623}$ est irréductible.

EXERCICE 2

Résoudre et discuter

$$\cos 2x = m(\cos x + \sin x).$$

EXERCICE 3

On donne un cercle (O), de centre O et de rayon R, et une droite sécante (D) parallèle à l'un de ses diamètres AB.
S étant un point quelconque de (D), les droites SA et SB recoupent en A$'$ et B$'$ le cercle (O).

1. En utilisant l'inversion de pôle S et de puissance convenablement choisie, montrer que le cercle (O) est orthogonal au cercle (M) circonscrit à SA$'$B$'$ et que ce dernier reste tangent à (D) quand S varie.
2. Montrer que le cercle (Γ) tangent à AB en O et appartenant au faisceau défini par (O) et (D) est tangent au cercle (M).
3. Lieu (P) du centre M du cercle (M) quand S varie sur D.
   Montrer que la tangente à (P) en M est perpendiculaire à OS.
4. OS recoupe (Γ) en T et coupe A$'$B$'$ en N. Montrer que A$'$B$'$ et la tangente en T à (Γ) se coupent en un point I sur (D).
   Rôle du point I pour les trois cercles (M), (F) et (O) ?
   Que peut-on en conclure pour les droites A$'$B$'$ et ST relativement au cercle (M) ?
   Montrer que la division (ONTS) est harmonique.
5. On suppose maintenant que (D) est tangente à (O) et l'on appelle C le point de contact.
   Que devient le cercle (Γ) ?
   La droite CN le recoupe en U ; les droites CT et OU se coupent en H. NH rencontre OC en N$'$.
   Démontrer que NH est perpendiculaire à OC et que H est le milieu de NN$'$.
   Montrer que le cercle de diamètre NH est orthogonal à (Γ).